

Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique
Band: 20 (1974)
Heft: 3-4: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: LA CYCLOTOMIE JADIS ET NAGUÈRE

Autor: Weil, André

Bibliographie

DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-46909>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 16.01.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

19. On peut appliquer les résultats cités au n° 18, sur les fonctions zêta des variétés $\sum a_i X_i^m = 0$ (et, notons-le en passant, de toutes les variétés qu'on peut définir comme quotients de ces dernières par des groupes finis d'automorphismes) au calcul des fonctions zêta de ces mêmes variétés sur des corps de nombres algébriques. On trouve que ces fonctions sont des produits de fonctions L de Hecke, ce qui revient à dire que les sommes de Jacobi définissent des caractères de Hecke dans les corps cyclotomiques. Comme on l'a vu au n° 16, un cas particulier important (relatif aux sommes $(-G)^l$, où G est une somme de Gauss d'ordre l premier impair) formait le fond de la démonstration d'Eisenstein pour sa loi de réciprocité. En fait, il s'agit là d'un résultat très général sur les caractères de Hecke « cyclotomiques » dans tous les corps abéliens sur \mathbf{Q} (cf. [9 b, c]); naturellement, ce sont les corps totalement imaginaires qui sont intéressants de ce point de vue.

Une fois obtenus ces caractères, on peut se proposer d'étudier les fonctions L de Hecke qui leur correspondent, et notamment leurs valeurs $L(s)$ pour s entier. Il y a lieu de citer à ce sujet un résultat remarquable de Chowla et Selberg (v. [10]); convenablement interprété, celui-ci fait voir que la valeur, en $s = 1$, de la fonction L définie par un certain caractère « cyclotomique » sur $\mathbf{Q}(\sqrt{-n})$ (pour n premier $\equiv 3 \pmod{4}$, c'est celui même qu'on a défini d'après Cauchy au n° 9) s'exprime élémentairement au moyen de π et des valeurs de la fonction $\Gamma(s)$ pour $s = a/n$, $0 < a < n$. On pourrait sans doute aller beaucoup plus loin dans cette voie.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] LAGRANGE. (a) Réflexions sur la résolution algébrique des équations, *Nouveaux Mém. de l'Acad. R. des Sc. et B.-L. de Berlin*, 1770-1771 = *Oeuvres*, vol. III, p. 332;
 (b) Traité de la résolution numérique des équations. 2^e éd., Paris 1808, Notes XIII-XIV = *Oeuvres*, vol. VIII, p. 295-367.
- [2] GAUSS. (a) *Disquisitiones arithmeticæ*. 1801 = *Werke*, vol. I;
 (b) *Summatio serierum quorundam singularium*. 1811 = *Werke*, vol. II, p. 11;
 (c) *Theorematis fundamentalis in doctrina de residuis quadraticis demonstrationes et ampliationes novae*, 1818 = *Werke*, vol. II, p. 51;
 (d) *Theoria residuorum biquadraticorum. Commentatio prima*, 1828 = *Werke*, vol. II, p. 65;
 (e) *Disquisitionum circa aequationes puras ulterior evolutio*. *Werke*, vol. II, p. 243.
- [3] JACOBI. (a) Briefe an Gauss. *Werke*, vol. VII, p. 391-400;
 (b) *Über die Kreistheilung und ihre Anwendung auf die Zahlentheorie. Berl. Monatsber.* 1837, p. 127 = *Crelles J. Vol. 30* (1846), p. 166 = *Werke*, vol. VI, p. 254.
- [4] CAUCHY. Mémoire sur la Théorie des Nombres. *Mém. Ac. Sc. XVII* (1840) = *Oeuvres* (I), vol. III.

- [5] EISENSTEIN. (a) Beweis des Reciprocit  tssatzes f  r die cubischen Reste in der Theorie der aus dritten Wurzeln der Einheit zusammengesetzten complexen Zahlen. *Crelles J.* 27 (1844), p. 289;
(b) Beweis der allgemeinsten Reciprocit  tsgesetze zwischen reellen und complexen Zahlen. *Monatsber. d. k. Akad. d. Wiss. zu Berlin*, 1850, p. 189.
- [6] KUMMER. Ueber die Erg  nzungss  tze zu den allgemeinen Reciprocit  tsgesetzen. *Crelles J.* 44 (1851), p. 93.
- [7] STICKELBERGER, L. Ueber eine Verallgemeinerung der Kreistheilung. *Math. Ann.* 37 (1890), p. 321.
- [8] DAVENPORT, H. und H. HASSE. Die Nullstellen der Kongruenzzetafunktionen in gewissen zyklischen F  llen, *Crelles J.* 172 (1935), p. 151.
- [9] WEIL, A. (a) Numbers of solutions of equations in finite fields. *Bull. Am. Math. Soc.* 55 (1949), p. 197;
(b) Jacobi sums as „Gr  ssencharaktere“. *Trans. Am. Math. Soc.* 73 (1952), p. 487;
(c) Sommes de Jacobi et caract  res de Hecke. *G  tt. Nachr.* (   para  tre).
- [10] SELBERG, A. and S. CHOWLA. On Epstein's Zeta-Function. *Crelles J.* 227 (1967), p. 86.

(Re  u le 22 juin 1974)

Andr   Weil

The Institute for Advanced Study
Princeton, N.J., 08540

Vide-leer-empty