

**Zeitschrift:** L'Enseignement Mathématique  
**Herausgeber:** Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique  
**Band:** 20 (1974)  
**Heft:** 3-4: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

**Artikel:** ON DIOPHANTINE EQUATIONS OF THE FORM  $x^2 + D = p^k$   
**Autor:** Cohen, Edward L.  
**Kapitel:** 1. Introduction  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-46907>

#### Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

#### Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

#### Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 07.08.2025

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

ON DIOPHANTINE EQUATIONS  
OF THE FORM  $x^2 + D = p^k$

by Edward L. COHEN<sup>1</sup>

1. INTRODUCTION

Numerous authors have proved the following theorem:

*Theorem 1.1.* There are only finitely many solutions of the equation

$$(1.1) \quad x^2 + D = r^k,$$

$D, r$  positive fixed integers;  $k = 1, 2, 3, \dots$ .

This has been shown mainly through the theorem of Thue [16] or Landau-Ostrowski [6] which states

*Theorem 1.2.* The equation

$$(1.2) \quad ax^2 + bx + c = dy^n$$

with  $n$  (fixed)  $\geq 3$ ,  $ad \neq 0$ ,  $b^2 - 4ac \neq 0$  (all letters denoting rational integers) has at most a finite number of solutions.

*Proof of Theorem 1.1.* Let  $a = 1$ ,  $b = 0$ ,  $c = D$ . Then equation (1.2) can be transformed into

$$(1.3) \quad x^2 + D = dy^n.$$

Now let  $y = r^\nu$ ,  $\nu = [k/3]$ , and  $d = 1, r, r^2$  if  $k \equiv 0, 1, 2 \pmod{3}$ , respectively. Then equation (1.3) becomes three equations of the type (1.2) when  $n = 3$ .  $\nabla$

Mordell [9] proved Theorem 1.2 when  $n = 3$ . This is obviously sufficient for our purposes.

Henceforth,  $r$  will be a prime  $p$  and  $D \equiv 3 \pmod{4}$  [unless explicitly stated otherwise]. Under the conditions that  $r$  be a prime, Apéry proved [1], [2] that equation (1.1) has at most two solutions unless  $D = 7$  and  $p = 2$ .

---

<sup>1</sup> This research was supported in part by the National Research Council of Canada, Grant A-7164.