Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique

Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique

Band: 19 (1973)

Heft: 1-2: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: SUR LE CONTRÔLE OPTIMAL DE SYSTÈMES DISTRIBUÉS

Autor: Lions, J. L.

Kapitel: 6.3. Problèmes de temps d'arrêt optimal

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-46289

$$(6.41) \quad \begin{cases} \int_0^T \left[-\left(\frac{\partial v}{\partial t}, v-u\right)_\lambda + b_\lambda(t; u, v-u) - (f, v-u)_\lambda \right] dt \geqslant 0 \\ \forall v \in \mathscr{V}, \quad \text{tel que } v \leqslant M(u). \end{cases}$$

On montre encore (cf. Bensoussan, Lions [3]) l'*existence d'une solution* $u \geqslant 0$ *de* (6.40) (6.41) *lorsque* f *est donnée* $\geqslant 0$.

Le principe d'une démonstration est d'utiliser un processus d'itération analogue à (6.35) mais où l'on doit alors *régulariser* M de façon convenable (pour que l'inéquation varationnelle correspondante admette une solution forte). Une autre démonstration repose sur la méthode des différences finies.

Remarque 6.3.

Naturellement on rencontre les problèmes analogues en dimension quelconque d'espace — la dimension de l'espace correspondant au nombre de biens à gérer. On rencontre aussi de nombreuses autres fonctionnelles M correspondant à diverses situations économiques. Nous renvoyons à Bensoussan, Lions [2]; on trouvera dans M. Goursat [1] l'étude de l'approximation numérique de la solution de ces inéquations quasi variationnelles.

Remarque 6.4.

Les inéquations variationnelles, stationnaires ou d'évolution, interviennent dans de nombreux problèmes de Physique et de Mécanique (cf. Duvaut, Lions [1] et la bibliographie de ce livre, C. Baiocchi et E. Magenes [1], H. Brezis et G. Duvaut [1], H. Brezis et G. Stampacchia [1]).

6.3. *Problèmes de temps d'arrêt optimal*

On a montré dans Bensoussan-Lions [1] comment des problèmes de temps d'arrêt optimal se ramènent à l'étude d'inéquations variationnelles du type suivant:

$$(6.42) \qquad -\left(\frac{\partial v}{\partial t}, v-u\right)_\lambda + b_\lambda(t; u, v-u) \geqslant (f, v-u)_\lambda, \ \forall v \in K_1$$

où

$$K_1 = \{v \mid v \leqslant 0 \text{ p.p. }, v \in V_\lambda\}, \tag{6.43}$$

avec:

$$u(t) \in K_1 \tag{6.44}$$

et *une condition de croissance pour* $|u(t)|_\lambda$ *lorsque* $t \to +\infty$ ($|u(t)|_\lambda$ doit croître moins vite qu'une exponentielle convenable).

On a montré que ce problème admet une solution unique.

Remarque 6.5.

Pour un problème analogue en théorie des jeux, nous renvoyons à A. Friedman [1]. Pour des résultats supplémentaires de régularité, cf. A. Friedman [2].

BIBLIOGRAPHIE

BAIOCCHI, C. et E. MAGENES. [1] Problemi di frontiera libra in idraulica. *Colloque in Metodi valutativi nella fisica matematica. Accad. Naz. Lincei* (1972).

BALAKRISHNAN, A. V. et J. L. LIONS. [1] State information for infinite dimensional systems. *Computation and System Sciences, 1* (1967), 391-403.

BARANGER, J. [1] Existence de solutions pour des problèmes d'optimisation non convexe. *J. Math. P. et Appl.* (1973).

BENSOUSSAN, A. [1] *Filtrage optimal des systèmes linéaires.* Paris Dunod, (1971).

—— [2] On the separation principle for distributed parameter systems. *Banff.* (June 1971).

BENSOUSSAN, A., M. GOURSAT et J. L. LIONS. [1] *Note C. R. Acad. Sc. Paris,* Mai 1973.

BENSOUSSAN, A. et J. L. LIONS. [1] Problèmes de temps d'arrêt optimal et inéquations variationnelles paraboliques. *Applicable Analysis* (1973). *A paraître.*

—— [2] *Note C,R. Acad. Sc. Paris,* Mai 1973.

—— [3] *Note C.R. Acad. Sc. Paris,* Juin 1973.

BENSOUSSAN, A. et R. TEMAN. [1] Equations aux dérivées partielles stochastiques non linéaires (1). *Israel J. of Math. 11* (1972), 95-130.

BERKOWITZ, L. D. [1] *A paraître.*

BIDAUT, M. F. [1] Thèse, Paris (1973).

BISMUT, J. M. [1] Thèse, Paris (1973).

BRAUNER, C. M. et P. PENEL. [1] *Sur le contrôle optimal de systèmes non linéaires de biomathématiques.* Thèse 3^e^ cycle, Paris (1972).

BREZIS, H. [1] *A paraître.*

—— [2] Problèmes unilatéraux. *J. Math. P. et Appl. 51* (1972), 1-168.

BREZIS, H. et G. DUVAUT. [1] *C. R. Acad. Sc. Paris* (1973).

BREZIS, H. et G. STAMPACCHIA. [1] *C. R. Acad. Sc. Paris* (1973).