

**Zeitschrift:** L'Enseignement Mathématique  
**Herausgeber:** Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique  
**Band:** 19 (1973)  
**Heft:** 1-2: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

**Artikel:** SUR LE CONTRÔLE OPTIMAL DE SYSTÈMES DISTRIBUÉS  
**Autor:** Lions, J. L.  
**Kapitel:** 2.1. Un problème de contrôle dans les coefficients  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-46289>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 19.01.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

## 2. PROBLÈMES D'EXISTENCE

### 2.1. Un problème de contrôle dans les coefficients

Soit  $\Omega$  un ouvert borné de  $\mathbf{R}^n$ , de frontière  $\Gamma$  régulière. L'ensemble des contrôles est défini par <sup>1)</sup>:

$$(2.1) \quad \mathcal{U}_{ad} = \{v \mid v \in L^\infty(\Omega), 0 < m \leq v(x) \leq M < \infty \text{ p.p. dans } \Omega\}$$

( $\mathcal{U}_{ad}$  = ensemble des contrôles *admissibles*).

Pour  $v \in \mathcal{U}_{ad}$ , l'état  $y(v)$  du système est défini par la solution du problème elliptique:

$$(2.2) \quad \left\{ \begin{array}{l} - \sum_{i,j=1}^n \frac{\partial}{\partial x_i} \left( a_{ij}(x) v(x) \frac{\partial y}{\partial x_j} \right) = f \text{ dans } \Omega, \\ y = 0 \text{ sur } \Gamma, \end{array} \right.$$

où  $f$  est donné par exemple dans  $L^2(\Omega)$  et où les  $a_{ij}$  sont donnés avec:

$$(2.3) \quad a_{ij} \in L^\infty(\Omega), \sum_{i,j=1}^n a_{ij}(x) \xi_i \xi_j \geq \alpha \sum_{i=1}^n \xi_i^2, \alpha > 0.$$

Le problème (2.2) admet une solution unique:

$$(2.4) \quad y(v) \in H_0^1(\Omega)^2).$$

La fonction coût est par exemple:

$$(2.5) \quad J(v) = \left( \int_{\Omega} |y(v) - z_d|^2 dx \right)^{1/2},$$

où  $z_d$  (état désiré) est donné dans  $L^2(\Omega)$ . Le problème est alors de minimiser  $J(v)$  lorsque  $v$  parcourt  $\mathcal{U}_{ad}$ .

Pour des exemples physiques où ce problème intervient, Cf. K. A. Lure [1]; on ignore s'il existe  $u \in \mathcal{U}_{ad}$  tel que  $J(u) = \inf. J(v), v \in \mathcal{U}_{ad}$ . On va voir, suivant Murat [1] que la réponse est *négative* pour un problème très voisin du précédent.

<sup>1)</sup> Toutes les fonctions utilisées sont à valeurs réelles.

<sup>2)</sup>  $H^1(\Omega)$  désigne l'espace de Sobolev (Cf. Sobolev [1]) des fonctions  $\varphi \in L^2(\Omega)$  telles que  $\frac{\partial \varphi}{\partial x_i} \in L^2(\Omega), i = 1, \dots, n$  et  $H_0^1(\Omega)$  le sous espace des  $\varphi \in H^1(\Omega)$  tels que  $\varphi = 0$  sur  $\Gamma$ .