

Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique
Band: 19 (1973)
Heft: 1-2: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: ÉQUATIONS ET VARIÉTÉS ALGÈBRIQUES SUR UN CORPS FINI
Autor: Joly, Jean-René
Kapitel: Notes sur le chapitre 5
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-46287>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 27.04.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

Notes sur le chapitre 5

§ 1: le fait que \mathbf{F}_p^+ est en dualité avec lui-même par $(x, y) \mapsto e^{2\pi ixy/p}$ est évident, et connu « depuis toujours ». Les caractères multiplicatifs de \mathbf{F}_p se sont introduits progressivement à partir du milieu du XVIII^e siècle avec l'étude des restes quadratiques (Euler, Legendre, Gauss), cubiques (Gauss, Jacobi, Eisenstein) et biquadratiques (Gauss, Jacobi).

§ 2: les sommes de Gauss apparaissent (sous la forme déguisée des *périodes cyclotomiques*) dans la dernière section des *Disquisitiones Arithmeticae*: Gauss les utilise pour étudier, avant la lettre, le groupe de Galois de l'extension $\mathbf{Q}(e^{2\pi i/p})/\mathbf{Q}$; à ce sujet, voir par exemple [8], pp. 453-460. Par la suite, les sommes de Gauss reparaissent systématiquement dans les travaux arithmétiques de Gauss, Jacobi, Eisenstein, Kummer, Stickelberger, en relation notamment avec l'étude des lois de réciprocité, et avec la représentation des nombres premiers par des formes quadratiques binaires à coefficients entiers; pour une synthèse de ces travaux, voir le livre centenaire de Bachmann (*Die Lehre von der Kreistheilung*, Teubner, Leipzig, 1872), ainsi que Stickelberger (1890). (L'utilisation de la somme de Gauss τ

$= \sum_{x \bmod p} \left(\frac{x}{p}\right) e^{2\pi ix/p}$ pour démontrer la loi de réciprocité quadratique est bien connue: voir [8], pp. 116-117, ou [17], chap. 1, sect. 3.3).

§ 3-4: les sommes de Jacobi apparaissent également dans les travaux mentionnés ci-dessus; elles y sont *définies* à partir des sommes de Gauss par une formule qui coïncide avec la formule (3.3.2). Elles sont étudiées systématiquement chez Stickelberger (1890), Davenport-Hasse (1934) et Weil (1949) (ce dernier article contient d'ailleurs d'intéressantes indications historiques).

CHAPITRE 6

ÉQUATIONS DIAGONALES (II)

Ce chapitre utilise les propositions 3 et 5 du chapitre 5 pour établir des formules donnant le nombre exact $N(b)$ de solutions dans k^n d'une équation diagonale $a_1 X_1^{d_1} + \dots + a_n X_n^{d_n} = b$ à coefficients dans k (k désigne toujours un corps fini à q éléments). Ces formules font intervenir des sommes de