

**Zeitschrift:** L'Enseignement Mathématique  
**Herausgeber:** Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique  
**Band:** 19 (1973)  
**Heft:** 1-2: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

**Artikel:** ÉQUATIONS ET VARIÉTÉS ALGÈBRIQUES SUR UN CORPS FINI  
**Autor:** Joly, Jean-René  
**Kapitel:** Notes sur le chapitre 2  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-46287>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 02.05.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

THÉORÈME 4. — *On a l'égalité*

$$(3.1.2) \quad I(V) = J + \Gamma.$$

Démonstration. — Considérons le polynôme

$$(3.1.3) \quad F = 1 - (1 - F_1^{q-1}) \dots (1 - F_s^{q-1});$$

$F$  appartient à l'idéal  $J$ : en effet, considéré comme polynôme par rapport à  $F_1, \dots, F_s$ , le second membre de (3.1.3) ne contient pas de terme constant; d'autre part,  $F$  prend constamment la valeur 0 sur  $V$ , et la valeur 1 en dehors de  $V$  (voir chap. 1, sect. 1.1). Soit alors  $H$  un élément de  $I(V)$ , donc un polynôme nul sur  $V$ ; il est clair que le polynôme  $G = H - HF$  est identiquement nul, et appartient donc à  $\Gamma$ ; il est clair également, puisque  $J$  est un idéal contenant  $F$ , que  $HF$  appartient à  $J$ ; on voit ainsi que  $H = HF + G$  appartient à  $J + \Gamma$ , donc que  $I(V) \subset J + \Gamma$ , C.Q.F.D.

**3.2.** Le *théorème de la base finie* de Hilbert (voir [10], p. 144) montre que tout idéal de  $k[X]$  peut être engendré par un nombre fini de polynômes: le théorème 4 est donc en fait applicable à n'importe quel idéal  $J$  de  $k[X]$  (dans le même ordre d'idées, on peut d'ailleurs remarquer que dans la démonstration du théorème 4, on a implicitement remplacé l'idéal  $J$  engendré par  $F_1, \dots, F_s$ , par l'idéal principal  $(F)$ , contenu dans  $J$ , et dont l'ensemble des zéros dans  $k^n$  est le même que celui de  $J$ ).

Notons d'autre part que le *théorème des zéros* de Hilbert ([10], p. 256, [12], p. 32, ou [15], p. 4) implique que, dans l'anneau  $k[X]$ , l'idéal  $J + \Gamma = I(V)$  est égal à sa racine, c'est-à-dire à l'intersection des idéaux premiers qui le contiennent; comme  $\dim(V) = 0$  ( $V$  est un ensemble fini de points rationnels sur  $k$ ), ces idéaux premiers sont d'ailleurs tous maximaux, ce sont exactement les idéaux de la forme  $\mathfrak{M}_a = (X_1 - a_1, \dots, X_n - a_n)$ ,  $\mathbf{a} = (a_1, \dots, a_n)$  parcourant l'ensemble  $V$ .

### *Notes sur le chapitre 2*

§ 1 et 2: les résultats contenus dans ces deux paragraphes sont essentiellement dus à Chevalley (1935); ils donneront notamment (chap. 3, sect. 1.1) une démonstration immédiate du « théorème de Chevalley-Waring ».

§ 3: le théorème 3 est dû à Terjanian (1966).