

Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique
Band: 18 (1972)
Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: FIBRES EN DROITES ET FEUILLETAGES DU PLAN
Autor: Godbillon, Claude
Kapitel: 2. Un exemple important: le branchement simple [1]
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-45373>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 28.01.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

On peut donc ramener le problème de la classification des feuilletages du plan aux deux problèmes suivants :

- (i) classifier les variétés topologiques de dimension 1 à base dénombrable et simplement connexes ;
- (ii) classifier sur une telle variété les fibrés en droites localement triviaux ayant un espace total séparé.

2. UN EXEMPLE IMPORTANT: LE BRANCHEMENT SIMPLE [1]

Le *branchement simple* Z est la variété topologique de dimension 1 à base dénombrable et contractile obtenue à partir de l'espace somme de deux exemplaires R_1 et R_2 de la droite réelle \mathbf{R} en identifiant les points $x_1 \in R_1$ et $x_2 \in R_2$ pour $x_1 = x_2 < 0$.

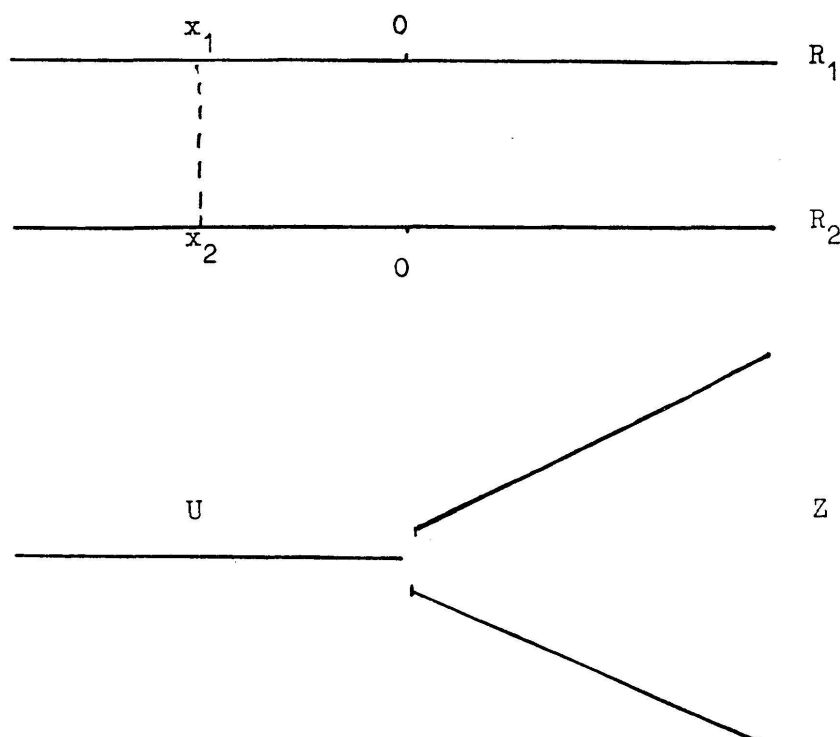


FIG. 1

On identifie à $] -\infty, 0[$ l'ouvert U de Z correspondant aux points $x_1 < 0$ de R_1 .

La donnée d'un fibré en droites localement trivial $\eta : E \xrightarrow{p} Z$ sur Z est équivalente à celle d'une application continue g de U dans le groupe G des homéomorphismes de \mathbf{R} .

2.1 *Proposition.* Pour que l'espace total E soit séparé il faut et il suffit que pour tout $y \in \mathbf{R}$ on ait $\lim_{x \rightarrow 0} g_x(y) = -\infty$ (ou $\lim_{x \rightarrow 0} g_x(y) = +\infty$).

2.2 *Exemple.* Si $g : U \rightarrow G$ est l'application associant à $x \in]-\infty, 0[$ la translation $g_x : y \rightarrow y + \frac{1}{x}$, l'espace total E du fibré $\eta : E \xrightarrow{p} Z$ correspondant à g est séparé.

On peut aussi vérifier que si $\eta' : E' \xrightarrow{p'} Z$ est le fibré correspondant à l'application $g^{-1} \left(g_x^{-1} : y \rightarrow y - \frac{1}{x} \right)$ alors :

- (i) η et η' sont équivalents pour le groupe G ;
- (ii) η et η' ne sont pas équivalents pour le groupe G^+ des homéomorphismes croissants de \mathbf{R} ;
- (iii) η et η' sont isomorphes pour le groupe G^+ .

2.3 THÉORÈME [1]. Soient η et η' deux fibrés en droites sur Z correspondant à deux applications g et g' de U dans le groupe G^+ et ayant des espaces totaux séparés. Pour que η et η' soient équivalents pour le groupe G^+ il faut et il suffit que pour tout $y \in \mathbf{R}$ on ait $\lim_{x \rightarrow 0} g_x(y) = \lim_{x \rightarrow 0} g'_x(y)$.

Par conséquent les fibrés en droites localement triviaux sur le branchement simple, ayant un espace total séparé, se répartissent en

- 2 classes d'équivalence pour le groupe G^+ ;
- 1 classe d'isomorphie pour le groupe G^+ ;
- 1 classe d'équivalence pour le groupe G .

3. VARIÉTÉS DE DIMENSION 1 SIMPLEMENT CONNEXES

On désigne maintenant par X une variété topologique de dimension 1 à base dénombrable et simplement connexe.

3.1 *Proposition.* Il existe sur X un ordre localement isomorphe à l'ordre de la droite réelle \mathbf{R} .

En effet [2] la variété X s'étale sur \mathbf{R} .