Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique

Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique

Band: 18 (1972)

Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: CRITÈRES D'IRRÉDUCTIBILITÉ DE POLYNOMES SUR UN CORPS DE NOMBRES

Autor: Mignotte, Maurice

Kapitel: II. Une remarque préliminaire

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-45369

utiliserons le plongement logarithmique du corps K et le fait que l'image par ce plongement du groupe des unités est un réseau; il suffira de majorer la norme des images de $Q(x)$ pour des points x de hauteur bornée. Dans le second cas, nous utiliserons simplement le fait que si x a tous ses conjugués assez grands il en est de même de $Q(x)$ et donc que $Q(x)$ ne peut pas être une unité.

II. Une remarque préliminaire

Soit P un polynôme unitaire à coefficients dans A qui soit le produit de deux polynômes P_1 et P_2 à coefficients dans A. Les valeurs de ces polynômes en un point x de A donnent lieu à des remarques évidentes: Si $P(x)$ est un élément irréductible de A, l'un des deux éléments $P_1(x)$ et $P_2(x)$ au moins est une unité; si $P(x)$ est une unité, les deux éléments $P_1(x)$ et $P_2(x)$ de A sont des unités; d'où l'inégalité [1]):

Lemme 1:. *En désignant, pour chaque partie E de A, et tout polynôme Q sur A, par $u(Q, E)$ et $i(R, E)$ le nombre d'éléments de E où la valeur de Q est une unité, respectivement un élément irréductible, on a l'inégalité*

$$i(P, E) + 2u(P, E) \leqq u(P_1, E) + u(P_2, E) .$$

III. Majoration des hauteurs de P_1 et P_2

Considérons provisoirement un polynôme g à coefficients complexes et qui ne s'annule pas à l'origine.

Posons

$$g = a_0 X^d + a_1 X^{d-1} + \dots + a_d .$$

Pour simplifier, nous supposerons g unitaire. Si g est le produit de deux polynômes unitaires g_1 et g_2, nous cherchons à majorer les coefficients de g_1 et g_2. Pour ceci, on utilisera le fait que les coefficients de g_1 sont certaines fonctions des racines du polynôme g. Plus précisément, la somme des coefficients de g_1 est égale à la somme de 2^{d_1} (d_1 désigne le degré de g_1)

---

[1]) Pour plus de détails, voir (1).