Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique

Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique

Band: 18 (1972)

Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: THÉORIE ADDITIVE DES NOMBRES PROBLÈME DE WARING ET THÉORÈME DE HILBERT

Autor: Dress, François

Anhang: Appendice

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-45368

la condition de majoration sur n pouvant s'écrire (ici encore pour m assez grand):

$$n \leqslant C m^{1/2k} .$$

Il est clair qu'en général r_1 est trop grand pour pouvoir être « presque annulé » par le terme $-(\alpha n+\beta)$, mais nous pouvons résoudre cette difficulté de la même manière que nous l'avons fait pour les sommes de cubes. On extraira donc la plus grande puissance $2k$-ième inférieure ou égale à r_1, puis on répétera ce processus:

$$r_1 = {z_1}^{2k} + r_2$$

$$\text{avec} \quad 0 \leqslant r_2 \leqslant k \left\{ kRM \left(\frac{m}{RM} \right)^{(k-1)/k} \right\}^{(k-1)/k} = c_2 m^{\gamma^2} \left(\gamma = \frac{k-1}{k} \right)$$

$$r_2 = {z_2}^{2k} + r_3 \quad \text{avec} \quad 0 \leqslant r_3 \leqslant c_3 m^{\gamma^3}$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$r_{t-1} = {z_{t-1}}^{2k} + r_t \quad \text{avec} \quad 0 \leqslant r_t \leqslant c_t m^{\gamma^t} .$$

En prenant t tel que γ^t soit supérieur à $1/2k$, il sera alors possible (toujours pour m assez grand) de choisir n de telle façon que le reste final $r = r_t - (\alpha n+\beta)$ vérifie

$$r < \alpha ,$$

et nous avons ainsi obtenu le résultat cherché: pour $A = \alpha$, il existe toujours $r < A$ tel que $m - r$ soit somme de $T = S + QR + t - 1$ puissances $2k$-ièmes.

Appendice

Tableau des valeurs ou des meilleurs encadrements de $G(k)$ et de $g(k)$ actuellement connus pour les petites valeurs de k:

k	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$G(k)$	4	4-7	16	6-23	9-36	8-52	32-73	13-99	12-122
$g(k)$	4	9	19-30	37	73	143	279	548	1079