

<b>Zeitschrift:</b>	L'Enseignement Mathématique
<b>Herausgeber:</b>	Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique
<b>Band:</b>	18 (1972)
<b>Heft:</b>	1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE
<b>Artikel:</b>	ÉTUDE ARITHMÉTIQUE DES CORPS CYCLIQUES DE DEGRE p' SUR LE CORPS DES NOMBRES RATIONNELS
<b>Autor:</b>	Oriat, Bernard
<b>Kapitel:</b>	III.1. Rappels
<b>DOI:</b>	<a href="https://doi.org/10.5169/seals-45361">https://doi.org/10.5169/seals-45361</a>

### Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 29.01.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

## CHAPITRE III

### BASES D'ENTIERS

#### III.1. RAPPELS

##### *Bases d'entiers normales*

Soit  $K$  une extension abélienne de  $\mathbb{Q}$ . On dit qu'un élément  $\theta$  de  $K$  engendre une base normale des entiers de  $K$  si l'anneau des entiers de  $K$  admet pour base, sur  $\mathbb{Z}$ , l'ensemble des conjugués de  $\theta$ .

Si  $K$  possède une base d'entiers normale, engendrée par  $\theta$ , alors:

--- Tout sous-corps  $L$  de  $K$  possède également une base d'entiers normale engendrée par  $Tr_{K/L}(\theta)$ .

En effet, tout entier  $x$  de  $L$ , s'écrit:

$$x = \sum_{\sigma \in G(K/\mathbb{Q})} \lambda_\sigma \sigma(\theta), \quad \lambda_\sigma \text{ appartenant à } \mathbb{Z}.$$

Puisque  $x$  est invariant par tout  $L$ -automorphisme de  $K$ , alors  $\lambda_\sigma = \lambda_\sigma$ , pour tous  $\sigma$  et  $\sigma'$  situés dans la même classe modulo  $G(\mathbb{K}/L)$ .

— La trace de  $\theta$  sur  $\mathbb{Q}$  est égale à  $\pm 1$ .

En effet  $\mathbb{Z}$  n'a pas d'autre base d'entiers que  $\{1\}$  ou  $\{-1\}$ .

##### *Corps cyclotomiques*

$\xi$  étant une racine primitive  $n^{\text{ème}}$  de 1, on notera  $\Phi_n(X)$  le  $n^{\text{ème}}$  polynôme cyclotomique, c'est-à-dire le polynôme minimal de  $\xi$  sur  $\mathbb{Q}$ . On rappelle qu'on a la relation:  $X^n - 1 = \prod_{k|n} \Phi_k(X)$ .

Si  $n = p_1^{u_1} \cdots p_m^{u_m}$  est la décomposition de  $n$  en facteurs premiers, on a:

$$\Phi_n(X) = \Phi_{p_1 \cdots p_m}(X^{p_1^{u_1-1} \cdots p_m^{u_m-1}})$$

([6] chapitre 8).

#### III.2. BASES D'ENTIERS DANS LES CORPS CYCLOTOMIQUES

##### LEMME III.1.

Soit  $d$  un entier sans facteur carré et  $\xi$  une racine primitive  $d^{\text{ème}}$  de 1. On a alors  $Tr_{\mathbb{Q}(d)/\mathbb{Q}}(\xi) = (-1)^m$ ,  $m$  étant le nombre de facteurs premiers de  $d$ .