Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique
Band: 18 (1972)
Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: ÉTUDE ARITHMÉTIQUE DES CORPS CYCLIQUES DE DEGRE p' SUR LE CORPS DES NOMBRES RATIONNELS

Autor: Oriat, Bernard

Kapitel: II.4. Indice de ramification dans une extension K_r

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-45361

est p^r (lemme I.2), on a donc:

$$f_q = \frac{p^r}{PGCD\left(p^r, V(q)\right)}$$

et

$$g_q = PGCD\left(p^r, V(q)\right).$$

II.4. Indice de ramification dans une extension K_r

Proposition II.2.

> Soient K_r une extension cyclique de degré p^r sur Q et $\left(\Omega\,(n_i)\right)_{1 \leq i \leq r}$ la suite de corps cyclotomiques associée à K_r. Pour tout i de 1 à r et tout j tel que $m_{i-1} < j \leq m_i$, l'indice de ramification de p_j dans K_r est p^{r-i+1}.
> Si $u_r \neq 0$, l'indice de ramification de p dans K_r est p^{r-l+1}.

Soit j tel que $m_{i-1} < j \leq m_i$. p_j divise donc n_i et ne divise pas n_{i-1}. C'est-à-dire que p_j se ramifie dans $\Omega\,(n_i)$ et ne se ramifie pas dans $\Omega\,(n_{i-1})$. D'après le lemme II.1, ceci implique que p_j se ramifie dans K_i et ne se ramifie pas dans K_{i-1}. K_{i-1} est donc le corps d'inertie de p_j dans K_r et l'indice de ramification de p_j dans K_r est égal à: $[K_r : K_{i-1}]$.

De même si $u_r \neq 0$, K_{l-1} est le corps d'inertie de p dans K_r.

II.5. Discriminant de K_r

Proposition II.3.

> K_r est une extension cyclique de degré p^r sur Q et $\left(\Omega\,(n_i)\right)_{1 \leq i \leq r}$ la suite de corps cyclotomiques associée. Le discriminant de K_r sur Q est:
>
> — *Dans le cas où* $u_r = 0$:
>
> $$\prod_{1 \leq i \leq r} \; \prod_{m_{i-1} < j \leq m_i} p_j^{p^{i-1}\left(p^{r-i+1}-1\right)}$$
>
> — *Dans le cas où* p est impair et $u_r \geq 2$:
>
> $$p^{p^{l-1}\left((r-l+2)p^{r-l+1} - \frac{p^{r-l+1}-1}{p-1} - 1\right)} \prod_{1 \leq i \leq r} \; \prod_{m_{i-1} < j \leq m_i} p_j^{p^{i-1}\left(p^{r-i+1}-1\right)}$$