Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique

Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique

Band: 18 (1972)

Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: L'ÉQUATION DIFFÉRENTIELLE DE CAUCHY RIEMANN SUR UN

DOMAINE STRICTEMENT PSEUDO-CONVEXE SOLUTIONS

BORNÉES

Autor: Jambon, M.

Kapitel: §6. Une représentation intégrale sur un domaine strictement pseudo-

convexe

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-45380

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 09.12.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

§ 6. Une représentation intégrale sur un domaine strictement pseudo-convexe

Nous conservons les notations utilisées jusqu'ici. Soit γ une (0, q)-forme indéfiniment différentiable sur \overline{G} . D'après le théorème 7 on a

$$\begin{split} \int_{x \in \partial G} \gamma\left(x\right) \, \wedge \, B_{nq}\left(x,\,y\right) \, &= \, \int_{x \in \partial G} \gamma\left(x\right) \, \wedge \, \Omega_{nq}\left(x,\,y\right) \, + \, \int_{x \in \partial G} \gamma\left(x\right) \, \wedge \, \bar{\partial}_x \, A_{nq}\left(x,\,y\right) \\ &+ \, \int_{x \in \partial G} \gamma\left(x\right) \, \wedge \, \bar{\partial}_y \, \, C_{nq}\left(x,\,y\right) \, . \end{split}$$

Toutes les formes intervenant sont de classe \mathscr{C}^1 sur $W(B_{nq}, \Omega_{nq}, A_{nq}, C_{nq})$ et de classe \mathscr{C}^{∞} en y. Dans la dernière intégrale échangeons la différentiation et l'intégration.

$$\int_{x \in \partial G} \gamma\left(x\right) \wedge \bar{\partial}_{y} \, C_{nq}\left(x,\,y\right) \, = \, \bar{\partial}_{y} \, \int_{x \in \partial G} \gamma\left(x\right) \wedge \, C_{nq}\left(x,\,y\right) \, = \, \bar{\partial}_{y} \, B\left(y\right)$$

où $B \in \mathscr{C}^{\infty}_{(o, q-1)}(G)$.

Pour transformer la deuxième intégrale du second membre, nous avons besoin de

$$\bar{\partial}_x A_{nq}(x, y) = dx A_{nq}(x, y).$$

Nous construisons pour $y \in G$ l'intégrale

$$\int_{\partial G} d_{x} (\gamma(x) \wedge A_{nq}(x, y)).$$

Pour chaque y fixé, c'est l'intégrale d'une forme d_x exacte qui est donc nulle.

D'autre part

$$\begin{split} d_{x}\left[\gamma\left(x\right) \wedge A_{nq}\left(x,y\right)\right] &= d_{x}\gamma\left(x\right) \wedge A_{nq}\left(x,y\right) \\ &+ (-1)^{q}\gamma\left(x\right) \wedge d_{x}\left[A_{nq}\left(x,y\right)\right] \\ &= \bar{\partial}_{x}\gamma\left(x\right) \wedge A_{nq}\left(x,y\right) + (-1)^{q}\gamma\left(x\right) \wedge \bar{\partial}_{x}A_{nq}\left(x,y\right), \end{split}$$

d'où

$$0 = \int_{x \in \partial G} \overline{\partial}_{x} \gamma(x) \wedge A_{nq}(x, y) + (-1)^{q} \int_{x \in \partial G} \gamma(x) \wedge \overline{\partial}_{x} A_{nq}(x, y).$$

Et par conséquent

$$\begin{split} \int_{\partial G} \gamma\left(x\right) \wedge B_{nq}\left(x,y\right) &= \int_{\partial G} \gamma\left(x\right) \wedge \Omega_{nq}\left(x,y\right) \\ &+ (-1)^{q+1} \int_{\partial G} \bar{\partial}_{x} \gamma\left(x\right) \wedge A_{nq}\left(x,y\right) + \bar{\partial}_{y} B\left(y\right). \end{split}$$

On porte cette relation dans le théorème 4 ainsi on en tire:

Théorème 8.

Pour chaque domaine strictement pseudo-convexe G de \mathbb{C}^n , avec un bord de classe \mathscr{C}^4 , il existe des doubles formes $\Omega_{nq}(x,y)$ et $A_{nq}(x,y) \in \mathscr{C}^1_{n,n-q-1;\ o,\ q}(W)$ et $C^1_{n,n-q-2;\ o,\ q}(W)$ sur un ouvert W contenant $\partial G \times G$, de telle sorte que ce qui suit est valable: $Si \ \gamma \in \mathscr{C}^\infty_{pq}(\overline{G})$, alors $\forall y \in G$

$$\gamma(y) = \frac{1}{(2\pi i)^n} \left[\int_{x \in \partial G} \gamma(x) \wedge \Omega_{nq}(x, y) + (-1)^{q+1} \int_{x \in \partial G} \bar{\partial}_x \gamma(x) \wedge A_{nq}(x, y) - \int_{G} \bar{\partial}_x \gamma(x) \wedge B_{nq}(x, y) \right] + \bar{\partial}_y \Gamma(y).$$

Avec $\Gamma \in \mathscr{C}^{\infty}_{(0, q-1)}(G)$. On rappelle $\bar{\partial}_{y} \Omega_{nq} = 0$ pour q = 0, $\Omega_{nq} = 0$ pour q > 0, Ω_{nq} et A_{qn} sont de classe \mathscr{C}^{∞} en y.

Il est clair que pour les domaines G_v introduits au début de ce chapitre, la même représentation est valable avec les mêmes noyaux.

CHAPITRE III

UNE FORMULE DE RÉSOLUTION POUR L'ÉQUATION DE CAUCHY-RIEMANN

Si G est un domaine borné dans le plan avec un bord suffisamment régulier et g une fonction bornée \mathscr{C}^{∞} sur G, alors la fonction

$$f(y) = \frac{1}{2\pi i} \int_{G} \frac{g(x)}{x - y} dx \wedge d\bar{x}, \ y \in G,$$

satisfait l'équation différentielle $\frac{\partial f}{\partial \overline{v}} = g$.

Dans ce chapitre nous construisons au moyen du théorème 8 une solution de $\bar{\partial}\alpha = \beta$ sur un domaine strictement pseudo-convexe au moyen d'une intégrale de la même forme.