Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique

Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique

Band: 18 (1972)

Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: L'ÉQUATION DIFFÉRENTIELLE DE CAUCHY RIEMANN SUR UN DOMAINE STRICTEMENT PSEUDO-CONVEXE SOLUTIONS BORNÉES

Autor: Jambon, M.

Kapitel: INTRODUCTION

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-45380

L'ÉQUATION DIFFÉRENTIELLE DE CAUCHY RIEMANN SUR UN DOMAINE STRICTEMENT PSEUDO-CONVEXE SOLUTIONS BORNÉES

par M. JAMBON

TABLE DES MATIÈRES

INTRODUCTION

Nous recherchons dans ce travail des solutions bornées de $\bar{\partial}\alpha = \beta$ sur un domaine strictement pseudo-convexe de $\mathbf{C}^n$. On sait que pour $n = 1$ de telles solutions sont données par une formule intégrale de Cauchy. Aussi essayons-nous de mettre en évidence une intégrale généralisant la formule de Cauchy; c'est l'objet du chapitre premier, formule de Bochner-

Martinelli généralisée, mais le noyau n'est pas holomorphe (contrairement au noyau de Cauchy pour $n = 1$). Un théorème d'homotopie (§ 3) permet de nous ramener à un noyau dont certains termes sont holomorphes; pour obtenir ce dernier, nous devons prouver l'existence d'une fonction g convenable (th. 5, ch. II). Après quoi, on obtient assez facilement les résultats cherchés.

Je me suis inspiré pour ce travail de l'article de Ingo-Lieb [1], mais j'ai été amené à remanier profondément certaines notations et démonstrations (notamment aux § 2 et 5) dans un but de simplification.

§ 1. Préliminaires sur les formes différentielles extérieures

E est un espace vectoriel de dimension n sur $\mathbf{C}$.

1. Formes différentielles de degré 1.

1.1. Définition. Une forme différentielle de degré 1 sur un ouvert Ω de E, est une application de Ω dans l'espace vectoriel E^* des formes complexes $\mathbf{R}$-linéaires sur E. $\forall x \in \Omega$, $\omega(x)$ est une forme $\mathbf{R}$-linéaire sur E à valeur dans $\mathbf{C}$.

Lemme 1.1. Toute forme complexe $\mathbf{R}$-linéaire sur E est somme d'une forme antilinéaire et d'une forme $\mathbf{C}$-linéaire et cela de façon unique:

$$l(z) = \frac{1}{2}[l(z) - i\,l(iz)] + \frac{1}{2}[l(z) + i\,l(iz)]\,.$$

Exemple. Si $f \in \mathscr{C}^1(\Omega)$, $f : \Omega \to \mathbf{C}$,

$$\forall x \in \Omega\,,\ df(x) = \partial f(x) + \bar{\partial} f(x) \qquad \text{ou} \qquad df = \partial f + \bar{\partial} f.$$

$\partial f(x)$ désigne la partie $\mathbf{C}$-linéaire de $df(x)$.

$\bar{\partial} f(x)$ désigne la partie antilinéaire de $df(x)$.

1.2. Ecriture dans une base. Si E est muni d'une base, $E \simeq \mathbf{C}^n$,

$$x \in \mathbf{C}^n : \quad x = (x_1, \ldots, x_n)\,.$$

Définition. dx_ν, respectivement $d\bar{x}_\nu$, désigne la forme $\mathbf{C}$-linéaire, respectivement antilinéaire, qui à x fait correspondre x_ν, respectivement $\bar{x}_\nu$.