**Zeitschrift:** L'Enseignement Mathématique

**Herausgeber:** Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique

**Band:** 17 (1971)

**Heft:** 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

**Artikel:** REPRÉSENTATION DE – 1 COMME SOMME DE CARRÉS D'ENTIERS DANS UN CORPS QUADRATIQUE IMAGINAIRE

**Autor:** Moser, C.

**Bibliographie**

**DOI:** https://doi.org/10.5169/seals-44582

Eliminons les trois premiers. L'hypothèse a) impliquerait que $\frac{1}{m}(u_m - 1)$ est un carré et que 2 est reste quadratique modulo $m$, ce qui est faux. L'hypothèse b) impliquerait que $\frac{1}{2m}(u_m - 1)$ est un carré; il existerait deux entiers $x$ et $y$ tels que $0 < x < u_m$ et $x^2 - my^2 = 1$; mais ceci contredirait le fait que $\varepsilon_m = u_m + v_m\sqrt{m}$ est l'unité fondamentale de $L_m$. L'hypothèse c) impliquerait que $\frac{1}{2m}(u_m + 1)$ est un carré dans $\mathbf{Z}$; $-1$ serait donc norme d'un entier de $L_m$, ce qui est absurde. Seul le cas d) est possible et donc, d'après le théorème 3, $s(A_m) = 2$.

Enfin, si $m \equiv 7 \pmod 8$, on applique le théorème 1.

*Proposition 4.*

*Il existe une infinité d'entiers m tels que* $s(A_m) = 3$.

Démonstration:

Il suffit de considérer les entiers $m$ qui sont produit en nombre pair de nombres premiers congrus à 3 (mod 4), ou les entiers $m$ qui sont produit d'un nombre premier congru à 5 (mod 8) par un nombre premier congru à 7 modulo 8 (un tel entier $m$ n'est pas représentable rationnellement par la forme quadratique $X^2 + 2Y^2$, et l'équation $-2 = x^2 - my^2$ n'a donc pas de solution en nombres entiers $x$, $y$).

BIBLIOGRAPHIE

[1] Moser, C., « Représentation de $-1$ par une somme de carrés dans certains corps locaux et globaux, et dans certains anneaux d'entiers algébriques », *C. R. Acad. Sci.*, Paris, *271* (1970), pp. 1200-1203.

[2] Draxl, P., « Représentation de $-1$ comme somme de carrés dans les ordres d'un corps de nombres algébriques », *Journées Arithmétiques de Marseille*, mai 1971.

[3] Peters, M., « Die Stufe von Ordnungen ganzer Zahlen in algebraischen Zahlkörpern », à paraître dans *Math. Annalen.*

[4] Eichler, M., « Die Ähnlichkeitsklassen indefiniter Gitter », *Math. Z.*, *55* (1952), pp. 216-252.

[5] Kneser, M., « Klassenzahlen indefiniter quadratischen Formen in drei order mehr Veränderlichen », *Arch. Math.*, *7* (1956), pp. 323-332.

[6] Borevitch, Z. I. et I. R. Shafarevich, « Number Theory », *Academic Press* (notamment p. 248).

*(Reçu le 26 août 1971)*

C. Moser
Institut de Mathématiques Pures
Boîte postale 116
38 — Saint-Martin d'Hères