Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique

Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique

Band: 17 (1971)

Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: REPRÉSENTATION DE – 1 COMME SOMME DE CARRÉS

D'ENTIERS DANS UN CORPS QUADRATIQUE IMAGINAIRE

Autor: Moser, C.

Bibliographie

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-44582

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 09.12.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Eliminons les trois premiers. L'hypothèse a) impliquerait que $\frac{1}{m}(u_m-1)$ est un carré et que 2 est reste quadratique modulo m, ce qui est faux. L'hypothèse b) impliquerait que $\frac{1}{2m}(u_m-1)$ est un carré; il existerait deux entiers x et y tels que $0 < x < u_m$ et $x^2 - my^2 = 1$; mais ceci contredirait le fait que $\varepsilon_m = u_m + v_m \sqrt{m}$ est l'unité fondamentale de L_m . L'hypothèse c) impliquerait que $\frac{1}{2m}(u_m+1)$ est un carré dans \mathbb{Z} ; -1 serait donc norme d'un entier de L_m , ce qui est absurde. Seul le cas d) est possible et donc, d'après le théorème 3, $s(A_m) = 2$.

Enfin, si $m \equiv 7 \pmod{8}$, on applique le théorème 1.

Proposition 4.

Il existe une infinité d'entiers m tels que $s(A_m) = 3$.

Démonstration:

Il suffit de considérer les entiers m qui sont produit en nombre pair de nombres premiers congrus à 3 (mod 4), ou les entiers m qui sont produit d'un nombre premier congru à 5 (mod 8) par un nombre premier congru à 7 modulo 8 (un tel entier m n'est pas représentable rationnellement par la forme quadratique $X^2 + 2Y^2$, et l'équation $-2 = x^2 - my^2$ n'a donc pas de solution en nombres entiers x, y).

BIBLIOGRAPHIE

- [1] Moser, C., « Représentation de 1 par une somme de carrés dans certains corps locaux et globaux, et dans certains anneaux d'entiers algébriques », C. R. Acad. Sci., Paris, 271 (1970), pp. 1200-1203.
- [2] Draxl, P., « Représentation de 1 comme somme de carrés dans les ordres d'un corps de nombres algébriques », Journées Arithmétiques de Marseille, mai 1971.
- [3] Peters, M., « Die Stufe von Ordnungen ganzer Zahlen in algebraischen Zahlkörpern », à paraître dans *Math. Annalen*.
- [4] EICHLER, M., « Die Ähnlichkeitsklassen indefiniter Gitter », Math. Z., 55 (1952), pp. 216-252.

- [5] KNESER, M., « Klassenzahlen indefiniter quadratischen Formen in drei order mehr Veränderlichen », Arch. Math., 7 (1956), pp. 323-332.
- [6] Borevitch, Z. I. et I. R. Shafarevich, « Number Theory », *Academic Press* (notamment p. 248).

(Reçu le 26 août 1971)

C. MoserInstitut de Mathématiques PuresBoîte postale 11638 — Saint-Martin d'Hères