Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique

Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique

Band: 17 (1971)

Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: REPRÉSENTATION DE – 1 COMME SOMME DE CARRÉS D'ENTIERS DANS UN CORPS QUADRATIQUE IMAGINAIRE

Autor: Moser, C.

Kapitel: Introduction

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-44582

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 25.01.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

REPRÉSENTATION DE − 1 COMME SOMME DE CARRÉS D'ENTIERS DANS UN CORPS QUADRATIQUE IMAGINAIRE

par C. Moser

Introduction

On se propose dans cet article de déterminer le plus petit nombre de carrés nécessaires pour représenter -1 dans l'anneau A_m des entiers d'un corps quadratique imaginaire $\mathbf{Q}(\sqrt{-m})$. De façon précise, on montre que ce nombre de carrés (« Stufe » de A_m dans la terminologie traditionnelle; notation $s(A_m)$) vaut 1 si $m = 1$, 4 si $m \equiv 7 \pmod 8$, 2 ou 3 lorsque $m \not\equiv 3 \pmod 4$, selon que la norme de l'unité fondamentale ε_m du corps quadratique réel $\mathbf{Q}(\sqrt{m})$ est -1 ou $+1$; enfin, dans le cas $m \equiv 3 \pmod 8$, $s(A_m)$ vaut 2 ou 3 selon que $u_m - 1$ est un carré ou non, u_m désignant la partie rationnelle de l'unité ε_m. Ainsi il est possible, à l'aide d'une table des unités des corps quadratiques réels, de déterminer explicitement $s(A_m)$ pour tout corps quadratique imaginaire $\mathbf{Q}(\sqrt{-m})$.

En fait, les démonstrations que nous donnons, et qui sont entièrement élémentaires, permettraient, pour m donné, et connaissant la valeur numérique de ε_m, de déterminer une représentation effective de -1 comme somme de $s(A_m)$ carrés dans l'anneau A_m.

Les résultats présentés ici ont été annoncés dans [1]. Signalons d'autre part que M. Kneser, P. Draxl et M. Peters (voir [2], [3]) viennent d'obtenir une méthode générale permettant d'évaluer la « Stufe » $s(A)$ d'un ordre d'entiers algébriques (totalement imaginaire) quelconque: cette méthode utilise certains résultats de M. Eichler [5] et le théorème d'Approximation de M. Kneser [6], et fait donc intervenir des considérations locales.

Notations

Dans tout ce qui suit nous désignons par

m	un entier rationnel ≥ 1 et sans facteur carré;
K_m	le corps quadratique *imaginaire* $\mathbf{Q}(\sqrt{-m})$;
L_m	le corps quadratique *réel* $\mathbf{Q}(\sqrt{m})$;