

**Zeitschrift:** L'Enseignement Mathématique  
**Herausgeber:** Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique  
**Band:** 17 (1971)  
**Heft:** 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

**Artikel:** DISTANCE BOOLÉENNE SUR UN 3-ANNEAU  
**Autor:** Batbedat, André  
**Kapitel:** Cherchons maintenant les points invariants par une similitude  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-44577>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 26.01.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

*Propriété 27 :*

Une similitude  $T$  est déterminée par la donnée d'un 1-biplet et de son image par  $T$ .

En effet :

$$\begin{pmatrix} a' \\ b' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & a \\ 1 & b \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v \\ u \end{pmatrix}$$

Sous l'hypothèse  $d(a, b) = 1$ , la matrice

$$\begin{pmatrix} b^2 - ab & a^2 - ab \\ a - b & b - a \end{pmatrix}$$

est inverse de

$$\begin{pmatrix} 1 & a \\ 1 & b \end{pmatrix}.$$

CHERCHONS MAINTENANT LES POINTS INVARIANTS PAR UNE SIMILITUDE

Si  $m$  est invariant par la similitude  $n \rightarrow un + v$ :

$$m = um + v$$

multipliant successivement par  $(1 - u^2)$ ,  $\varepsilon_1(u)$ ,  $\varepsilon_2(u)$  on en tire respectivement :

$$(1 - u^2) m = (1 - u^2) v$$

$$\varepsilon_1(u) \cdot v = 0$$

$$\varepsilon_2(u) \cdot m = -\varepsilon_2(u) \cdot v$$

Ainsi sous la condition nécessaire  $\varepsilon_1(u) \cdot v = 0$ , l'ensemble des points  $m$  invariants est donné par :

$$m = (1 - u^2 - \varepsilon_2(u))v + \varepsilon_1(u) \cdot t, \quad t \in A$$

c'est le disque

$$\mathcal{D}_{[(1 - u^2 - \varepsilon_2(u))v, \varepsilon_1(u)]}$$

*Propriété 28 :*

La similitude  $n \rightarrow un + v$  a des points invariants ssi  $v \cdot \varepsilon_1(u) = 0$ . Dans cette hypothèse l'ensemble des points invariants est le disque

$$\mathcal{D}_{[(1 - u^2 - \varepsilon_2(u))v, \varepsilon_1(u)]}$$

*Remarque 18 :*

Toute similitude a un unique point invariant ssi  $\varepsilon_1(u) = 0$ ; c'est  $(1 + u^2)v$ .

*Définition 16 :*

Une application de  $A$  dans  $A$  est une *homothétie de centre  $h$  et de rapport  $\alpha \in B$*  lorsque pour tout  $m$  et son image  $m'$ :

$$(m' - h) = \alpha (m - h)$$

Ainsi

$$m' = \alpha m + (1 - \alpha) h \quad (6)$$

Toute homothétie est une similitude. Réciproquement toute similitude  $n \rightarrow \alpha n + v$  avec  $\alpha v = 0$  est une homothétie de rapport  $\alpha$  et de centre  $v$ .

On voit facilement que:

*Propriété 29 :*

Le produit d'une isométrie par une homothétie est une similitude. Toute similitude peut s'écrire comme un tel produit.

*Définition 17 :*

On appelle *symétrie à disque* toute isométrie involutive ayant des points invariants.

On sait (propriété 28) que sous la condition nécessaire  $v \cdot \varepsilon_1(u) = 0$  l'ensemble des points invariants par isométrie est le disque  $\mathcal{D}_{(-v, \varepsilon_1(u))}$ . Ceci étant une telle isométrie est involutive parce que  $uv = -v$ : c'est donc une symétrie à disque.

$m, m'$  étant un biplot homologues par la symétrie à disque  $n \rightarrow un + v$ , soit  $i$  le milieu de  $mm'$ ; on a:

$$d(-v, i) = (-v - i)^2 = m^2 (1 - u)^2 = m^2 \varepsilon_1(u) \leq \varepsilon_1(u)$$

ce qui prouve que  $i$  est dans le disque des points invariants.

*Propriété 30 :*

Les symétries à disque sont les transformations de la forme:

$$m \rightarrow um + v \text{ avec } u^2 = 1, \quad v \cdot \varepsilon_1(u) = 0.$$

Le disque des points invariants est  $\mathcal{D}_{(-v, \varepsilon_1(u))}$ ; il contient le milieu de deux points homologues.

*Propriété 31 :*

Toute isométrie peut s'écrire comme produit de deux symétries à disque.  $m' = um + v$  s'obtient (par exemple) en composant:  $m_1 = 2um$  puis  $m' = 2m_1 + v$ .

*Définition 18 :*

On appelle *symétrie à centre* toute isométrie involutive ayant un unique point invariant.

Ainsi une symétrie à centre est une symétrie à disque pour laquelle  $\varepsilon_1(u)=0$  donc de la forme  $m \rightarrow 2m + v$ . L'unique point invariant est  $2v$  et pour tout  $m$  on a :

$$2v = -m - m' \text{ ce qui montre que } 2v \text{ est au milieu de } m, m'.$$

*Propriété 32 :*

Les symétries à centre sont les transformations de la forme  $m \rightarrow 2m + v$ . Le centre est  $2v$ ; il est au milieu de tout biplot  $m, m'$ , de points homologues.

On voit facilement que :

*Propriété 33 :*

- i) Le produit de deux symétries à centre  $c_1$  et  $c_2$  est la translation de vecteur  $2(c_2 - c_1)$ .
- ii) Le produit de trois symétries à centre est une symétrie à centre.

## RÉFÉRENCES

- [1] BATBEDAT, A.: *Exposés*; Fac. Sc. Montpellier 1969.
- [2] ——— *p-anneaux*; Fac. Sc. Montpellier 1969.
- [3] MELTER, R. A.: Contributions to Boolean Geometry of  $p$ -rings. *Pacific J. Math.* 1964.
- [4] ZEMMER, J.: Some remarks on  $p$ -rings and their Boolean Geometry. *Pacific J. Math.* 1956.

(Recu le 11 mars 1971)

André Batbedat  
Faculté des Sciences  
34 Montpellier (France)