Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique

Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique

Band: 16 (1970)

Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: GÉOMÉTRIES COMBINATOIRES

Autor: Lesieur, L.

Kapitel: 1. Géométries combinatoires (de dimension finie). [1] § 1.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-43861

GÉOMÉTRIES COMBINATOIRES

par L. LESIEUR

Je me propose de passer en revue les notions de géométries combinatoires (d'après Crapo et Rota [1]), de treillis géométriques (d'après Dubreil-Jacotin, Lesieur et Croisot [3]) et d'examiner plus particulièrement le cas de certains plans combinatoires finis qui sont en même temps des « blocks designs » (d'après Dembowski [2]) avec quelques exemples précis.

1. *Géométries combinatoires* (de dimension finie). [1] § 1.

Elles sont définies par un ensemble S (l'ensemble des points) avec une *application de fermeture* de Moore dans l'ensemble $\mathscr{P}(S)$ des parties de S' ($A \subset \bar{A}$; $A \subseteq B \Rightarrow \bar{A} \subseteq \bar{B}$; $\bar{\bar{A}} = \bar{A}$) vérifiant la *propriété d'échange*:

$$a \in \overline{A \cup \{b\}}, \quad a \notin \bar{A} \Rightarrow b \in \overline{A \cup \{a\}} \qquad \begin{cases} a, b \in S \\ A \in \mathscr{P}(S) \end{cases}$$

l'axiome de fermeture des points ou *axiome géométrique*:

$$\bar{a} = a \ \forall a \in S \quad \text{et} \quad \bar{\emptyset} = \emptyset, \quad \text{(noter que } \bar{S} = S\text{)},$$

et l'axiome de la dimension finie ou *axiome de finitude :*

$$A \subseteq S \text{ possède un sous-ensemble fini } A_f \text{ tel que } \bar{A}_f = \bar{A}.$$

Les ensembles fermés s'appellent les variétés de la géométrie et on peut définir une dimension de chaque variété au moyen de l'axiome de finitude: $\emptyset$ est de dimension -1, un point $a \in S$ est de dimension 0, une droite (fermeture de 2 points distincts) est de dimension 1 etc..., la dimension de S est celle de l'espace.

Exemples :

6 points et 7 droites (fig. 1)

7 points et 7 droites (plan projectif fini) (fig. 2)