**Zeitschrift:** L'Enseignement Mathématique

**Herausgeber:** Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique

**Band:** 16 (1970)

**Heft:** 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

**Artikel:** DIE REDUKTIONSFORMELN VON POINCARÉ UND SCHLÄFLI

**Autor:** Weissbach, Bernulf

**Bibliographie**

**DOI:** https://doi.org/10.5169/seals-43868

$$\prod_{\nu=1}^{2m+1}\left[\frac{1}{2}+z_\nu\right] = \sum_{k=0}^{m}\frac{(2^{2k+2}-1)}{k+1}B_{2k+2}\sum_{i_1<\ldots<i_{2m-2k}}\prod_{\nu=i_1\ldots i_{2m-2k}}\left(\frac{1}{2}+z_\nu\right)$$

$$+\sum_{k=0}^{m}2^{-2k}B_{2k}^{*}\sum_{i_1<\ldots<i_{2m+1-2k}}\prod_{\nu=i_1\ldots i_{2m+1-k}} z_\nu \tag{9}$$

($B_{2k}$ die Bernoullischen $-B_{2k}^{*}$ die Eulerschen Zahlen; 1 für das leere Produkt), so ergibt sich auf dem gleichen Wege, da Anteile abgespaltet werden, die ohne Einfluss auf den Wert des Integrals sind:

$$v_{2m+1} = \sum_{k=0}^{m}\frac{(2^{2k+2}-1)}{k+1}B_{2k+2}\,v_{2m-2k} \tag{10}$$

Bei Schläffi [5, p. 38] findet man die entsprechende Gleichung für die Grössen $2^k\frac{v_k}{v_0}$ (Statt der Gebiete $\mathfrak{G}_{i_1\ldots i_k}^{(n)}$ werden dort die Sektoren $C_{i_1}\mathfrak{x} > 0, \ldots, C_{i_k}\mathfrak{x} > 0$; $\mathfrak{x}'\mathfrak{x} \leqq 1$ betrachet). Wie Schläfli hervorhebt ist $S_{i_1\ldots i_k}^{(n)}$, $1 < k < n$ dem Inhalt eines Simplex auf der Sphäre $\mathfrak{S}^{(k)}$ des $\mathfrak{R}^{(k)}$ proportional.

Recht leicht lässt sich auch diese Aussage aus (4) gewinnen — mit $f(w) = e^{-w}$ kann nach einer geeigneten orthogonalen Transformation über $n-k$ Veränderliche, die dann nur noch im Exponenten auftreten, integriert werden.

Sowohl nach Schläflis als auch nach Poincarés Formel ist es mithin möglich $S_{1\ldots 2m+1}^{(2m+1)}$ durch Rückgriff auf niedrigere Dimensionen zu ermitteln.

## LITERATUR

[1] Böhm, J. Untersuchung des Simplexinhalts in Räumen konstanter Krümmung beliebiger Dimensionen. *Journal für die reine und angewandte Mathematik*, 202 (1959), S. 16-51.

[2] Peschl, P. Winkelrelationen am Simplex und die Eulersche Charakteristik. *Sitzungsberichte der math.-nat. Klasse der Bayerischen Akademie der Wissenschaften* (1955). S. 319-345.

[3] Poincaré, M. H. Sur la généralisation d'un théorème élémentaire de géométrie. *Comptes Rendus Acad. Sci. Paris* (1) 140 (1905). S. 78-80.

[4] Schäfli, L. *Gesammelte math. Abhandlungen 1 (Theorie der vielfachen Kontinuität aus dem Jahre* 1852*). Basel* (1950). S. 227 ff.

[5] Schäfli, L. *Gesammelte math. Abhandlungen 3 Basel* (1956). S. 21-39.

B. Weissbach
301 Magdeburg
Adofstr. 4

*(Reçu le 10 Avril 1970)*