

Zeitschrift:	L'Enseignement Mathématique
Herausgeber:	Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique
Band:	15 (1969)
Heft:	1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE
Artikel:	SIMPLE PROOFS OF TWO THEOREMS ON MINIMAL SURFACES
Autor:	Chern, Shiing-shen
Kapitel:	1. Introduction
DOI:	https://doi.org/10.5169/seals-43204

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

Download PDF: 24.05.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

SIMPLE PROOFS OF TWO THEOREMS ON MINIMAL SURFACES

Shiing-shen CHERN *)

To the memory of J. Karamata

1. INTRODUCTION

We will give simple proofs of the following uniqueness theorems on minimal surfaces:

THEOREM 1 (Bernstein). *Let $z = f(x, y)$ be a minimal surface in euclidean three-space defined for all x, y . Then $f(x, y)$ is a linear function.*

THEOREM 2. *A closed minimal surface of genus zero on the three-sphere must be totally geodesic and is hence a great sphere.*

Theorem 2 has been proved by Almgren [1] and Calabi [2].

2. PROOF OF THEOREM 1

Let

$$(1) \quad W = \left(1 + f_x^2 + f_y^2 \right)^{\frac{1}{2}} \geq 1 .$$

The proof is based on the identity

$$(2) \quad \Delta \log \left(1 + \frac{1}{W} \right) = K ,$$

where Δ is the Laplacian relative to the induced riemannian metric of the minimal surface M and K is its Gaussian curvature.

Suppose (2) be true. Let ds be the element of arc on M . Introduce the conformal metric

*) Work done under partial support of NSF grant GP 8623.