

Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique
Band: 15 (1969)
Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: THE ASYMPTOTIC BEHAVIOR OF THE n th ORDER DIFFERENCE
Autor: Baishanski, Bogdan M.

Bibliographie
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-43202>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 01.10.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

For that purpose we have only to show

(20') For any d positive there exist ε'_d and X_d such that $\bigcap_s N_{\tau,S}(x, \varepsilon'_d, c)$ is non-empty for $\tau \in Q_d$ and $x > X_d$,

since in the same way in which we have deduced (18) from (19) and (20) we can deduce (18') from (19) and (20'), taking $\varepsilon_d = 2^n \varepsilon'_d$.

Investigating the proof of (20), we see that in order to prove (20') we need only

(32) For every d positive there exist ε'_d and Y_d such that

$$m(N(x, \varepsilon'_d, c)) > m(Q_c) - d^n \text{ for } x > Y_d.$$

Let us assume that (32) does not hold. Then there exists a sequence $\{x_k\}$, $x_k \rightarrow \infty$ such that

$$m(N(x_k, k, c)) \leq m(Q_c) - d^n$$

for $k = 1, 2, \dots, n$. It follows that the set $N = \bigcup_{i=1}^{\infty} \bigcap_{k=i}^{\infty} N_k$, where $N_k = N(x_k, k, c)$, is a proper subset of Q_c . So there exists $\tau_0 \in Q_c$ such that $\tau_0 \notin N_k$ for infinitely many k . This means that $|\Delta_{\tau_0}^{(n)} f(x_k)| \geq k$ for infinitely many k , which is in contradiction with (31).

REFERENCES

- [1] KARAMATA, J., Sur un mode de croissance régulière des fonctions, *Matematica* (Cluj) 4 (1930), 38-53.
- [2] ——— Sur un mode de croissance régulière. Théorèmes fondamentaux, *Bull. de la Soc. math. de France* 61 (1933), 55-62.
- [3] KOREVAAR, J., T. VAN AARDENNE-EHRENFEST and N. G. DE BRUIJN, A Note on Slowly Oscillating Functions, *Nieuw Archief voor Wiskunde* (2) 23 (1949), 77-86.
- [4] CSISZÁR, I. and P. ERDÖS, On the function $g(t) = \limsup_{x \rightarrow \infty} (f(x+t) - f(x))$, *Magyar Tud. Akad. Mat — Kutató Int. Közl.* Vol. IX, Ser. A, Fasc. 3 (1964), 603-606.

(Reçu le 15 janvier 1969)

Bogdan M. Baishanski
 Department of Mathematics
 Ohio State University
 Columbus, Ohio 43210
 U.S.A.

vide-leer-empty