

Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique
Band: 14 (1968)
Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: ANALYTIC SPACES
Autor: Malgrange, Bernard

Bibliographie
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-42341>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 28.04.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

Theorem (Krull). Let A be a local noetherian ring, E a finite module over A . Then:

- (i) The Krull topology of E is separated.
- (ii) Every submodule F of E is closed in E .
- (iii) The topology induced by E in a submodule F is the Krull topology of F .

Proof. (i) Let $F = \bigcap_{k \geq 0} m^k E = \overline{\{0\}}$. Then

$$mF = m((m^n E) \cap F) = (m^{n+1} E) \cap F = F$$

by the Artin-Rees lemma. Hence Nakayama's lemma implies that $F = \{0\}$.

(ii) Let $f: E \rightarrow E/F$ be the natural map. Then

$$f(\bar{F}) \subset f(F + m^k E) = f(m^k E) = m^k (E/F).$$

Hence $f(\bar{F}) \subset \bigcap m^k (E/F) = \{0\}$, using (i). But $f(\bar{F}) \subset \{0\}$ is equivalent to $\bar{F} \subset F$.

(iii) It is clear that $m^k F \subset (m^k E) \cap F$. Hence the Krull topology of F is finer than that induced by E ; in other words the inclusion $F \rightarrow E$ is continuous. Conversely the Artin-Rees lemma shows that

$$(m^{n+k} E) \cap F = m^k ((m^n E) \cap F) \subset m^k F$$

which proves that the induced topology is finer than the Krull topology of F .

REFERENCES

- [1] BOURBAKI, N. *Algèbre commutative*, ch. 3, 4. Hermann, Paris 1961.
- [2] GRAUERT, H. Ein Theorem der analytischen Garbentheorie und die Modulräume komplexer Strukturen, publications mathématiques, *I.H.E.S.*, n° 5, Paris 1960.
- [3] ——— *Lectures at Otaniemi* Finland 1967 (in this volume).
- [4] GROTHENDIECK, A. *Exposés 7-17 in Séminaire Cartan* Paris 1960/61.
- [5] GUNNING, R. C. and H. ROSSI, *Analytic functions of several complex variables*. Prentice Hall, Englewood Cliffs, N.J. 1965.
- [6] HOUZEL, C. *Exposés 18-21 in Séminaire Cartan*, Paris 1960/61.
- [7] MATHER, J. N. *Stability of C^∞ mappings II* (to be published in *Annals of Math.*).
- [8] NAGATA, M. Local rings. *Interscience*, New-York 1962.
- [9] NARASIMHAN, R. Introduction to the theory of analytic spaces. *Lecture notes in Mathematics*, n° 25. Springer, Berlin 1966.