

**Zeitschrift:** L'Enseignement Mathématique  
**Herausgeber:** Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique  
**Band:** 13 (1967)  
**Heft:** 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

**Artikel:** QUELQUES THÉORÈMES BIEN CONNUS SUR LES A.N.R. ET LES C.W. COMPLEXES  
**Autor:** Weber, C.  
**Kapitel:** §5. Quelques exemples intéressants  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-41544>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 20.02.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

On démontre que, sur un A.N.R. compact, toutes les théories de l'homologie satisfaisant l'axiome de dimension coïncident.

(Borsuk, chap. 5.)

*Problème :* Est-ce qu'un A.N.R. compact  $X$  a le type d'homotopie d'un C.W. complexe fini ?

Remarques: D'après ce qui précède,  $X$  a donc le type d'homotopie d'un C.W. complexe dénombrable, dominé par un C.W. complexe fini.

Or Wall a construit un exemple d'un C.W. complexe dénombrable dominé par un C.W. complexe fini, qui n'a pas le type d'homotopie d'un complexe fini. (Cf. Wall.)

Mais l'exemple de Wall n'implique pas que la réponse au problème précédent soit négative.

Si  $X$  est simplement connexe, il n'est pas difficile de voir que la réponse au problème est affirmative.

## § 5. QUELQUES EXEMPLES INTÉRESSANTS

A) On a le théorème suivant, dû à J. H. C. Whitehead.

**THÉORÈME:** Soient  $X_1$  et  $X_2$  deux A.N.R. compacts (disjoints). Soit  $X_0 \subset X_1$  un fermé qui soit aussi un A.N.R. Alors, si  $f: X_0 \rightarrow X_2$  est une application continue, l'espace  $X = X_1 \cup_f X_2$  est un A.N.R. (compact).

Pour une démonstration, voir Borsuk [1], chap. 5, § 9. Si  $X_0$ ,  $X_1$ ,  $X_2$  sont des A.R. compacts, alors  $X = X_1 \cup_f X_2$  est aussi un A.R. compact.

Ce théorème permet de construire des A.N.R. ou des A.R. qui ont une allure assez pathologique.

*Par exemple :* Soient

$X_1 =$  un disque  $D^q$  fermé,  $q \geq 2$ ;

$X_0 =$  un segment fermé contenu dans l'intérieur de  $X_1$ ;

$X_2 =$  un disque  $D^n$  fermé,  $n \geq q+1$ ;

$f: X_0 \rightarrow X_2$  une application continue surjective.

Alors l'espace  $X = X_1 \cup_f X_2$  est un A.R. compact. Il n'est pas homéomorphe à un complexe simplicial, ou à un C.W. complexe.

Plus généralement, partant d'un complexe simplicial fini, on peut s'amuser à faire cette construction un nombre fini de fois dans chaque simplexe, obtenant ainsi un A.N.R. compact qui n'est pas homéomorphe à un complexe simplicial.

Un tel exemple de « singularités » dans un A.N.R. s'appelle singularité de Péano, pour d'évidentes raisons.

(Voir Borsuk, chap. 6, § 1.)

B) En ce qui concerne les A.N.R. compacts de dimension finie, on a le théorème suivant:

THÉORÈME: Soit  $X$  un espace métrique compact, localement contractible, de dimension finie. Alors  $X$  est un A.N.R. Pour une démonstration, voir Borsuk, chap. 5, § 10.

Un exemple célèbre dû à Borsuk montre que la condition de dimension finie est essentielle. Voici brièvement décrit l'exemple de Borsuk. (Pour plus de détails, voir Borsuk, chap. 5, § 11.)

Soit  $Q$  le cube de Hilbert. On envisage les sous-espaces de  $Q$  suivants:

$$X_0 = \{x = \{x_i\} \mid x_1 = 0\}$$

$$X_k = \left\{ x = \{x_i\} \mid \frac{1}{k+1} \leq x_1 \leq \frac{1}{k}, \quad x_i = 0 \quad i > k \right\} . k = 1, 2, \dots$$

On voit immédiatement que  $X_0$  est homéomorphe au cube de Hilbert et que  $X_k$  est homéomorphe au cube de dimension  $k$ . Soit  $\dot{X}^k$  le bord de  $X_k$ .

$$\text{Soit } X = X_0 \cup \bigcup_{k \geq 1} \dot{X}^k.$$

$X$  est fermé dans  $Q$ ; c'est donc un métrique compact. Il est localement contractible. La démonstration est immédiate pour un point qui n'appartient pas à  $X_0$ , mais plus délicate pour un point qui appartient à  $X_0$ .

Enfin,  $H_i(X; \mathbf{Z}) \neq 0 \quad \forall i$ , car  $\dot{X}^{i+1}$  n'est pas homologue à zéro dans  $X$ .

Ceci montre que  $X$  n'est pas un A.N.R., car si c'était le cas, il serait dominé par un C.W. complexe fini et aurait donc tous ses groupes d'homologie nuls, sauf un nombre fini d'entre eux.