

Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique
Band: 13 (1967)
Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: ÉTUDE COMPARÉE DE CERTAINS ANNEAUX COMMUTATIFS
Autor: Lafon, Jean-Pierre
Kapitel: V. Autres résultats
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-41550>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 28.12.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

engendre un idéal premier. Or, si f est un tel élément, on peut le supposer régulier en X_n (quitte à appliquer un automorphisme). Il suffit alors de prouver que le polynôme distingué associé engendre un idéal premier dans $k[[X_1, \dots, X_{n-1}]] [X_n]$ ou $k\{\{X_1, \dots, X_{n-1}\}\} [X_n]$ mais ceci est assuré par la factorialité de $k[[X_1, \dots, X_{n-1}]]$ ou $k\{\{X_1, \dots, X_{n-1}\}\}$ et donc des anneaux de polynômes en X_n sur ceux-ci.

V. AUTRES RÉSULTATS

D'autres points de comparaison sont possibles. Citons en quelques-uns:

Un idéal premier p de l'anneau $k\{\{X_1, \dots, X_n\}\}$ le reste dans son complété $k[[X_1, \dots, X_n]]$ (k corps valué complet non discret). Nous ne le prouverons pas.

Il n'en est plus de même pour un idéal premier p de l'anneau $k[X_1, \dots, X_n]$ en général. C'est ainsi que le polynôme $X_1 X_2 - (X_1 + X_2)(X_1^2 + X_2^2)$ étant irréductible dans $k[X_1, X_2]$ engendre un idéal premier dans $k[X_1, X_2(X_1, X_2)]$. Mais, il se décompose dans l'anneau $k[[X_1, X_2]]$ en $(X_1 + r(X_1, X_2))(X_2 + s(X_1, X_2))$ où r et s sont des séries formelles d'ordre supérieur à 2 et il engendre donc un idéal qui n'est plus premier dans $k[[X_1, X_2]]$ mais qui est intersection de deux idéaux premiers, correspondants aux deux branches formelles (ou analytiques) de la courbe algébrique d'équation $X_1 X_2 - (X_1 + X_2)(X_1^2 + X_2^2) = 0$ (« strophoïde »).

Une étude plus générale de ce genre de situation est faite par M. Nagata sous la rubrique: Weierstrassean Rings (Local Rings. Interscience Publishers; 1962).

Le problème correspondant dans \mathcal{E}_n consiste à passer au quotient par l'idéal des germes de fonctions plates. Dans ce passage, un idéal premier donne un idéal premier du (complété) séparé.

On pourrait aussi étudier des théorèmes de cohérence du type théorème de cohérence d'Oka dans la catégorie des espaces analytiques.

Signalons pour finir *un joli résultat dû à A'Campo* (Journal de Mathématiques pures et appliquées, 46, 1967, pp. 279-298) parmi d'autres résultats du même auteur.

On considère une n -suite $(M_{i_1 \dots i_n})$ de nombres réels positifs et le sous-ensemble de $\mathbf{R}[[X_1, \dots, X_n]]$ des séries $\sum a_{i_1 \dots i_n} X_1^{i_1} \dots X_n^{i_n}$ pour lesquelles on peut trouver un nombre réel positif h tel que

$$|a_{i_1 \dots i_n}| < h^{i_1 + \dots + i_n} M_{i_1 \dots i_n}$$

Sous des hypothèses de convexité évidentes sur la n -suite, on obtient un sous-anneau. *La validité d'un théorème de préparation dans ce sous-anneau implique que l'anneau est l'anneau des séries convergentes*, correspondant au cas où $M_{i_1 \dots i_n}$ est constant.

BIBLIOGRAPHIE SOMMAIRE

MALGRANGE, B. *Le théorème de préparation en géométrie différentiable*, Séminaire Cartan, 15 (1962/1963), exposés 11, 12, 13, 22.

NAGATA, M. *Local Rings*. Interscience Publishers.

ZARISKI-SAMUEL. *Commutative Algebra II*. Van Nostrand.

(Reçu le 1^{er} juin 1968)

J. P. Lafon

Faculté des Sciences de Toulouse