Objekttyp: **ReferenceList**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **12 (1966)**

Heft 1-2: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **27.04.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

Proof. It is enough to prove that f has a zero, and we may clearly suppose that $n_0 = 0$. From the proceding result, we see that the n_k-th partial sum of the power series for f has a zero in the disc

$$|z| \leqq \left\{ \frac{|a_0|}{|a_1|} \frac{1}{\left(1 - \frac{n_1}{n_2}\right)\left(1 - \frac{n_1}{n_3}\right) \cdots \left(1 - \frac{n_1}{n_k}\right)} \right\}^{1/n_k}.$$

But since $\sum 1/n_k < \infty$, the product $\prod_2^\infty (1 - (n_1/n_k))$ converges, so that there is a fixed disc with center at the origin that contains a zero of the n_k-th partial sum for $k = 2, 3, 4, \ldots$. It follows that f has a zero in this disc, and the result is proved.

It should be pointed out that Biernacki [1] proved, under the same hypotheses, and using a stronger form of the Gauss-Lucas Theorem, that f takes each complex value infinitely often. It is likely that our method can give a slight improvement of the preceding result, but not to the full strength of Biernacki's result. A recent result of G. and M. Weiss [5] gives a partial analogue for functions regular in the unit disc.

REFERENCES

[1] Biernacki, M., Sur les zéros des polynômes et sur les fonctions entières dont le développement taylorien présente des lacunes. *Bull. Soc. Math. France* (2), 69 (1945), pp. 197-203.

[2] Edrei, A., Power series having partial sums with zeros in a half plane. *Proc. Amer. Math. Soc.*, 9 (1958), pp. 320-324.

[3] Fejér, L., Ueber die Wurzel von kleinsten absoluten Betrage einer algebraischer Gleichung. *Math. Ann.*, 65 (1908), pp. 413-423.

[4] Marden, M., The geometry of the zeros of a polynomial in a complex variable. *Math. Surveys*, No. III, American Mathematical Society, 1949.

[5] Weiss, G. and Weiss M., On the Picard property of lacunary power series. *Studia Math.*, 22 (1962/63), pp. 221-245.

(Reçu le 30 août 1964.)

L. A. Rubel,
Dept. of Math.
University of Illinois
Urbana, Ill. 61803.

vide-leer-empty