**Zeitschrift:** L'Enseignement Mathématique

**Herausgeber:** Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique

**Band:** 12 (1966)

**Heft:** 1-2: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

**Artikel:** OVALES ET OVOÏDES

**Autor:** Ehrhart, E.

**Kapitel:** Introduction

**DOI:** https://doi.org/10.5169/seals-40725

# OVALES ET OVOÏDES [1])

par E. EHRHART

## INTRODUCTION

La notion de convexité a toujours joué un rôle important en géométrie. Il est d'autant plus étonnant que ce n'est qu'en 1887, que paraît le premier ouvrage consagré uniquement et systématiquement à la convexité, la thèse de Brunn *Ovales et ovoïdes*. Depuis lors de nombreux livres ont été écrits à ce sujet. Parmi les plus importants citons:

[1] MINKOWSKI, 1905, *Théorie des corps convexes.*
[2] BLASCHKE, 1916, *Cercle et sphère.*
[3] BONNESEN et FENCHEL, 1934, *Théorie des corps convexes.*
[4] JAGLOM et BOLTYANSKI, 1951, *Figures convexes.*
[5] EGGLESTONE, 1957, *Applications de la convexité.*
[6] HADWIGER, 1958, *Cours sur le volume, la surface et l'isopérimétrie.*
[7] 1963, *Convexité*, par la Société Mathématique américaine.

Le plus complet de ces ouvrages est sans doute [3]. (Il commence malheureusement à dater). On y cite plus de 200 auteurs et près de 800 titres. En particulier on y trouve mentionnées en bonne place une douzaine de publications de Jean Favard. [4] est un livre admirable de simplicité et d'ingéniosité. Quoi qu'il s'adresse à des élèves, on y trouve mainte question ouverte. Il se lit vraiment comme un roman, un roman policier, car les questions posées ensemble dans une première partie sont résolues dans la seconde. [5] montre à quel point la convexité s'introduit dans les disciplines mathématiques les plus variées. [7], gros ouvrage de plus de 500 pages, est le compte rendu du Symposium sur la Convexité, qui a eu lieu en juin 1961 à Seattle (Washington). On y engrange une ample moisson de résultats récents. J'ai eu l'agréable surprise de m'y voir cité une dizaine de fois.

Il est remarquable que d'une hypothèse aussi réduite que la convexité — cette restriction n'empêche que l'ovale dépende d'une infinité de paramètres — on ait pu déduire tant de résultats nullement évidents, et cela en l'absence de toute méthode générale. On ne peut évidemment espérer trouver des égalités, mais on obtient des inégalités, ou ce qui revient au même, des extrema. L'absence de méthode classique déjà signalée, que l'on retrouve d'ailleurs dans toute la moderne géométrie finie, est un des attraits du sujet. Paul Montel l'a magistralement caractérisée au Colloque de Liège de 1955:

> « L'application à ces questions des méthodes usuelles de l'analyse se heurte le plus souvent à de très grandes difficultés. ... l'imagination y joue autant de rôle que l'esprit critique, car les méthodes doivent être créées de toutes pièces, dès que l'on abandonne le support analytique. »

## Terminologie

Rappelons d'abord quelques définitions essentielles de la théorie des corps convexes. Un corps est *convexe*, s'il contient tout segment dont il contient les extrémités. Une figure plane convexe et bornée, autre qu'un segment de droite, sera appelée ovale, même si son contour comporte des points anguleux ou des segments de droite. (On précisera s'il y a lieu, s'il s'agit de l'ovale ouvert ou fermé). Une *droite-support* d'un ovale est une droite de son plan qui contient au moins un point de son bord, et qui laisse l'ovale entièrement d'un même côté. La plus grande et la plus petite distance entre deux droites-supports parallèles d'un ovale sont respectivement son *diamètre* et sa *largeur.* Définition analogue du *plan-support* de l'ovoïde — la figure convexe bornée à trois dimensions — de son diamètre et de sa largeur.

Naturellement il ne peut pas être question de faire ici un rapport exhaustif sur le sujet. On ne peut que citer quelques résultats particulièrement intéressants à tel ou tel égard. Je vais classer les théorèmes choisis en quatre catégories, quelque peu arbitrairement.