

**Zeitschrift:** L'Enseignement Mathématique  
**Herausgeber:** Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique  
**Band:** 11 (1965)  
**Heft:** 2-3: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

**Artikel:** REMARQUES CONCERNANT UN PROBLÈME DE  
REPRÉSENTATION DES VARIÉTÉS GÉNÉRALISÉES, ET SON  
RAPPORT AU MOUVEMENT STATIONNAIRE D'UN FLUIDE

**Autor:** Young, L. C.  
**Kapitel:** 7. Les variétés greffées.  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-39977>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 16.01.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

pourra toujours conduire à une microvariété  $\mathcal{M}$  possédant la propriété suivante:  $\mathcal{M}$  se laisse exprimer comme un mélange de micropolytopes  $\mathcal{M}_\alpha$ , où chaque  $\mathcal{M}_\alpha$  est  $m$  fois greffable, et où l'entier  $m$  et la résultante de  $\mathcal{M}_\alpha$  sont indépendants de  $\alpha$ .

## 7. LES VARIÉTÉS GREFFÉES.

Nous dirons d'une variété généralisée  $\mathcal{L}$  qu'elle possède une représentation en pointillé  $x(\omega)$ , greffée  $m$  fois, si  $\mathcal{L}$  a la forme (3.1) $a$ , où la microstructure  $\mathcal{M}$  est  $m$  fois greffable, et si, de plus,  $\mathcal{L}$  a le même substratum qu'une variété généralisée, possédant, au sens du paragraphe 5,  $m$  fois la représentation en pointillé  $x(\omega)$ . Remarquons que pour  $m = 0$  l'application  $x(\omega)$  ne joue aucun rôle, et que les variétés généralisées  $\mathcal{L}$  qui possèdent une telle représentation greffée  $m$  fois, se réduisent alors aux variétés singulières.

Nous nommerons variété greffée, une variété généralisée  $\mathcal{L}$  se laissant exprimer comme une somme, dénombrable au plus, de termes  $\mathcal{L}_\nu$ , chacun desquels possède, pour un  $m_\nu$  correspondant, une représentation en pointillé  $x_\nu(\omega)$  correspondante, greffée  $m_\nu$  fois. Si  $\mathcal{L}$  est de contact, nous la nommerons variété de contact greffée.

Dans [12], les variétés greffées sont dites variétés généralisées admissibles  $B$ . Nous y avons démontré qu'elles constituent la fermeture, dans un certain sens, des polytopes, et c'est dans ce même sens que la courbe généralisée (5.3) se laisse approcher par des zigzags finis. A cet égard, ce sont les variétés greffées, plutôt que les variétés généralisées  $B$ , qui auront à jouer, vis-à-vis des variétés  $B$ , le rôle analogue aux courbes généralisées, vis-à-vis des courbes rectifiables.

Ce qui nuit un peu à cette analogie, c'est qu'elle ne tient pas compte d'effets très différents que peut produire l'addition d'une variété singulière<sup>1</sup>. Ce n'est là qu'une partie des complications

<sup>1</sup>) Après une telle addition, les variétés greffées restent variétés greffées, les variétés généralisées  $B$  restent variétés généralisées  $B$ , tandis que les courbes généralisées n'ont pas la propriété analogue. La même opération peut aussi, cas échéant, transformer en variété greffée, une variété généralisée  $B$ , tout comme elle peut changer radicalement le caractère d'une variété, même très simple, en topologie élémentaire: un tore devient du type de la sphère, quand on ajoute une paire convenable de disques superposés, d'orientations opposées.

qui se présentent, pour  $2 \leq k \leq n - 2$  surtout: d'ailleurs, pour  $k = 1$ , on pourra y chercher l'explication mathématique de phénomènes de turbulence.

Les variétés greffées sont évidemment un cas particulier des variétés généralisées  $B$ . Nous ne possédons, à vrai dire, pas d'exemple de variété généralisée  $B$  non greffée. Un tel exemple existe probablement: nous avons récemment résolu affirmativement une question dans le même ordre d'idées [21 V]. D'autre part, en utilisant la remarque à la fin du paragraphe précédent, on peut démontrer qu'en ajoutant, à une variété généralisée  $B$ , une variété singulière d'étendue aussi petite que l'on voudra, on aboutit à un mélange de variétés greffées.

## 8. LES VARIÉTÉS DE CONTACT LAGRANGIENNES.

Il serait bon que nous précisions la notion de mélange. Nous nous permettrons donc d'intercaler quelques remarques qui se rapportent à nos conventions de mesurabilité. Soit  $A$  un ensemble de variétés généralisées  $\mathcal{L}_\alpha$ ; nous conviendrons de considérer les suffixes  $\alpha$  comme des étiquettes pour distinguer les  $\mathcal{L}_\alpha$  dans  $A$ , et nous désignerons par  $d\alpha$  une mesure dans  $A$ , ou, ce qui revient au même, dans l'espace des étiquettes  $\alpha$ . Une variété généralisée se laissant exprimer sous la forme

$$(8.1) \quad \mathcal{L}(f) = \int \mathcal{L}_\alpha(f) d\alpha ,$$

sera dite mélange des  $\mathcal{L}_\alpha$ , ou mélange de  $A$ . Or nous avons convenu de ne considérer que des ensembles boréliens, ce qui présuppose une topologie.

Expliquons-nous.

Nous allons voir dans un instant qu'on peut se borner aux variétés généralisées situées dans un cube fixe, c'est-à-dire qui ont une intersection nulle avec le complément de ce cube<sup>1</sup>. L'espace de telles variétés généralisées sera doué de la topologie faible en ce qui concerne la convergence des suites: on dit que la suite  $\mathcal{L}_v$  ( $v = 1, 2, \dots$ ) converge si celle des valeurs  $\mathcal{L}_v(f)$  converge pour chaque intégrant  $f$ . Cette topologie est équivalente

1) Plus généralement, nous dirons d'une variété généralisée  $\mathcal{L}$  qu'elle possède un support borélien  $E$  dans l'espace des  $\alpha$ , si son intersection avec le complément s'annule.