

Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique
Band: 11 (1965)
Heft: 2-3: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: SUR QUELQUES POLYÈDRES EN GÉOMÉTRIE DES NOMBRES
Autor: Ehrhart, E.
Kapitel: III. Une famille de pyramides
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-39976>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 27.04.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

III. Une famille de pyramides

Soit (P) une pyramide dont le pied de la hauteur entière c se trouve dans la base fermée convexe, qui est située dans le plan des axes OX , OY et a pour hauteurs dans la direction de ces axes a et b . On suppose $12c \geq b \geq a$.

Coupons (P) par le plan $Z = c - n$. Soient j_n le nombre de points entiers de la section fermée et s_n, l_n sa surface et son périmètre. On sait (voir l'article mentionné au début) que

$$j_n < s_n + \frac{l_n}{2} + 1.$$

Par suite

$$(4) \quad j = 1 + \sum_1^{n=c} j_n < \sum_1^c s_n + \frac{1}{2} \sum_1^c l_n + c + 1.$$

Comme $s_n = n^2 \frac{s_c}{c^2}$,

$$\sum_1^c s_n = \frac{c(c+1)(2c+1)}{6} \frac{s_c}{c^2} = \frac{s_c}{6c} (2c^2 + 3c + 1) = V + \frac{s_c}{2} + \frac{s_c}{6c}.$$

D'autre part, $l_n = \frac{n}{c} l_c$ donne

$$\sum_1^c \frac{cl_c}{2} + \frac{l_c}{2} < S' + \frac{l_c}{2},$$

où S' désigne la surface latérale de la pyramide. De (4) on déduit alors

$$j < V + \frac{S}{2} + a + b + c + 1 + \left(\frac{s_c}{6c} + \frac{l_c}{4} - a - b \right).$$

Il reste à montrer que l'expression entre parenthèses est négative ou nulle. Comme

$$s_c \leq \frac{ab}{2} \quad \text{el} \quad l_c \leq 2(a+b),$$

il suffit que

$$\frac{ab}{12c} \leq \frac{a+b}{2},$$

qui est vérifiée car $12c \geq b$ et $a+b \geq 2a$.

Remarque. — *L'inégalité (1) est donc en particulier vérifiée par tout tétraèdre entier* $O(o, o, o)$ $A(a, o, o)$ $B(o, b, o)$ $C(o, o, c)$.

(reçu le 30 janvier 1964)

E. Ehrhart
11, rue de Bruges
Strasbourg