Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique

Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique

Band: 11 (1965)

Heft: 2-3: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: SUR QUELQUES POLYÈDRES EN GÉOMÉTRIE DES NOMBRES

Autor: Ehrhart, E.

Kapitel: II. Tronc de prisme entier, dont une base a un centre de symétrie

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-39976

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 28.11.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

ou, comme $p = S' + 2^{1}$),

(2)
$$j = V + \frac{S'}{2} + l' + \frac{\beta'}{2} + 1.$$

Si a, b, c sont les dimensions du parallélépipède (\mathscr{P}) circonscrit à (P) parallèlement aux plans de coordonnées, l' < c et $\beta' \leq \beta \leq 2$ (a+b), où β est le périmètre réticulaire de la projection d'une base de (P) sur le plan XOY. D'autre part, $S' \leq S$. Donc (2) entraîne (1), où l'égalité n'est atteinte que si (P) et (\mathscr{P}) coïncident.

II. Tronc de prisme entier, dont une base a un centre de symétrie

Soit ω le centre de symétrie d'une base convexe fermée (B'), j' le nombre de ses points entiers, p' le nombre de points entiers de son contour, s' son aire, s'' son aire réticulaire et a', b', c' ses hauteurs dans les directions des axes de coordonnées. Le symétrique (P_2) du tronc de prisme (P_1) par rapport à ω complète (P_1) à un prisme, qui vérifie (1). Comme les caractéristiques de (P_2) sont les mêmes que celles de P_1 (dotées de l'indice 1),

$$j = 2j_1 - j'$$
, $S = 2S_1 - 2s'$, $V = 2V_1$,
 $a = 2a_1 - a'$, $b = 2b_1 - b'$, $c = 2c_1 - c'$.

Par ces substitutions, (1) devient

(3)
$$j_1 \leq V_1 + \frac{S_1}{2} + a_1 + b_1 + c_1 + 1 + \frac{1}{2}(j' - s' - a' - b' - c' - 1)$$
.

Or $j' = s'' + \frac{p'}{2} + 1$ (corollaire du théorème 1 de l'article cité au début). Mais $s'' \leq s'$ et $p' \leq p'' \leq 2$ (a' + b'), où p'' désigne le nombre de points entiers de la projection du contour de (B') sur le plan XOY. (Ceci suppose que le plan de (B') ne soit pas perpendiculaire à XOY, en quel cas on projetterait sur XOZ ou sur YOZ.) Dans (3) l'expression entre parenthèses est donc négative ou nulle.

¹⁾ Comptes rendus, 242, 1956, p. 2217 (formule 1).