

Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique
Band: 11 (1965)
Heft: 2-3: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: SUR UNE ÉQUATION DIFFÉRENTIELLE LINÉAIRE A COEFFICIENTS VARIABLES
Autor: Badesco, Radu / Dumitresco, Eugeniu / Saulesco, Constantin
Kapitel: 8. RÉSOLUTION DE L'ÉQUATION NON-HOMOGÈNE (20).
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-39970>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 06.01.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

d'où les p conditions mentionnées

$$\int_0^1 g(t) \cdot t^{n+p-j} \left[\frac{y_0^{(j)}(t)}{t^{n+1}} \right]^{(p-j-1)} dt = 0, \quad (j = 0, 1, \dots, p-1). \quad (26)$$

Si nous prenons le polynôme y_0 sous la forme

$$y_0 = \int_0^1 h(u) \frac{(x-u)^{n+p-1}}{(n+p-1)!} du \quad (27)$$

avec $h(u)$ arbitraire, mais intégrable sur $[0, 1]$, les conditions (26) s'écrivent

$$\int_0^1 \int_0^1 g(t) \cdot h(u) \cdot (t-u)^n \cdot u^{p-j-1} \cdot dt \cdot du = 0, \quad (j = 0, 1, \dots, p-1) \quad (28)$$

qu'on peut aussi déduire directement de (24).

8. RÉSOLUTION DE L'ÉQUATION NON-HOMOGÈNE (20).

Une solution Y de l'équation non-homogène (19) est

$$Y = \frac{1}{(n+p-1)!} \int_0^x (x-t)^{n+p-1} \frac{f_0^{(p)}(t)}{P_n(t)} dt \quad (29)$$

dans l'hypothèse $P_n(0) \neq 0$ et comme elle satisfait aux conditions de Cauchy

$$Y(0) = Y'(0) = \dots = Y^{(n+p-1)}(0) = 0 \quad (30)$$

on peut chercher une solution particulière Y_p de (20) qui soit de la forme

$$Y_p = Y + W_{p-1}(x) \quad (31)$$

où $W_{p-1}(x)$ est un polynôme du $(p-1)$ ème degré en x . Si l'on suppose $f_0(x)$ de la classe $C^p[0, b]$ — l'intervalle $[0, b]$ ne contenant aucune racine de $P_n(x)$ — les coefficients de $W_{p-1}(x)$ pourront être déterminés par une identification

$$T_p [W_{p-1}(x)] = \sum_{i=0}^{p-1} f_0^{(i)}(0) \frac{x^i}{i!}. \quad (32)$$

On obtient ainsi les relations

$$\int_0^1 g(t) \cdot t^{n+p-j} \left[\frac{W_{p-1}^{(j)}(t)}{t^{n+1}} \right]^{(p-1-j)} dt = (-1)^n \frac{(p-1-j)!}{n!} f_0^{(j)}(0) \quad (j=0, 1, \dots, p-1), \quad (33)$$

qui conduisent aux valeurs cherchées des coefficients de $W_{p-1}(x)$, valeurs qu'il est inutile de transcrire ici.

Remarquons pour clôre cette synthétique exposition que l'on peut remplacer l'intervalle $[0, x]$ par un intervalle quelconque $[a, x]$ avec la même caractéristique — $P_n(x)$ n'a aucune racine c dans cet intervalle — Il suffit pour cela d'introduire les développements de $P_n(x)$, $W_{p-1}(x)$ et $f_0(x)$ suivant les puissances positives de $(x-a)$. Une fois effectué ce changement, l'intégrale de (29), étendue à l'intervalle $[a, x]$, ne figurera pas dans la résolution du problème de Cauchy

$$x = x_0, y = y_0, y' = y'_0, \dots, y^{(n-1)} = y_0^{(n-1)}$$

si l'on prend $x_0 = a$, et l'on aura un système linéaire qui permettra de déterminer les divers coefficients de $Q_{n+p-1}(x)$.

9. EXEMPLES.

Un exemple simple pour l'équation (3) est constitué par l'équation

$$\frac{x^2 - 1}{2} y'' - xy' + y = f(x)$$

dont la solution générale s'écrit

$$y = C_0(x^2 + 1) + C_1x + \int_a^x (x-t)^2 \frac{f'(t)}{t^2 - 1} dt + f(a)$$

ou bien sous la forme (18)

$$\begin{aligned} y &= C_0(x^2 + 1) + C_1x + \left[\frac{1}{2} - \frac{(x-a)^2}{a^2 - 1} \right] \cdot f(a) \\ &\quad + 2 \int_a^x (x-t) \frac{tx - 1}{(t^2 - 1)^2} f(t) \cdot dt \end{aligned}$$

avec la condition $a^2 \neq 1$ si $f(a) \neq 0$.