

<b>Zeitschrift:</b>	L'Enseignement Mathématique
<b>Herausgeber:</b>	Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique
<b>Band:</b>	11 (1965)
<b>Heft:</b>	2-3: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE
 <b>Artikel:</b>	 SUR UNE ÉQUATION DIFFÉRENTIELLE LINÉAIRE A COEFFICIENTS VARIABLES
<b>Autor:</b>	Badesco, Radu / Dumitresco, Eugeniu / Saulesco, Constantin
<b>Kapitel:</b>	7. RÉSOLUTION DE L'ÉQUATION HOMOGÈNE $T_p(y) = 0$ .
<b>DOI:</b>	<a href="https://doi.org/10.5169/seals-39970">https://doi.org/10.5169/seals-39970</a>

### Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 16.01.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

$$\sum_{i=0}^n (-1)^i \frac{(p+i-1)!}{(n-i)! i!} P_{n-i}(x) \cdot y^{(n-i)}(x) = f(x) \quad (22)$$

où

$$f(x) = \frac{(p-1)!}{n!} f_0(x).$$

Nous donnerons ici seulement les résultats obtenus par M. Săulesco qui peuvent être établis d'une manière analogue au cas traité dans cet article pour l'équation (3).

## 7. RÉSOLUTION DE L'ÉQUATION HOMOGÈNE $T_p(y) = 0$ .

La solution  $y_0$  de l'équation homogène (19) [ $f_0(x) \equiv 0$ ],

$$y_0 = Q_{n+p-1}(x) = \sum_{j=0}^{n+p-1} q_j x^j \quad (23)$$

qui dépend des  $p+n$  constantes arbitraires  $q_j$ , ne peut vérifier l'équation homogène correspondante  $T_p(y) = 0$  que si l'on introduit  $p$  conditions supplémentaires entre ces constantes. Intégrant  $p$  fois cette dernière équation, apparaît un polynôme du  $(p-1)$ -ème degré et son identification à zéro donne les  $p$  conditions cherchées portant sur les coefficients de  $P_n(x)$  [introduits par (8)], et sur ceux de  $y_0$

$$\sum_{i=0}^n (-1)^i (n-i+j)! (p+i-j-1)! a_{n-i} q_{n+j-i} = 0 \quad (j=0, 1, \dots, p-1). \quad (24)$$

Ces conditions peuvent être mises par une autre voie sous une forme plus restreinte dans laquelle figure la fonction connue  $g(t)$  de (8). Observons pour cela que l'opérateur  $T_p(y_0)$  peut s'écrire, tenant compte de (8) et exprimant le polynôme  $y_0$  par son développement taylorien en  $(x-t)$ ,

$$T_p(y_0) = (-1)^n \frac{n!}{(p-1)!} \sum_{j=0}^{p-1} C_{p-1}^j x^j \int_0^1 g(t) \cdot t^{n+p-j} \left[ \frac{y_0^{(j)}(t)}{t^{n+1}} \right]^{(p-j-1)} dt \quad (25)$$

d'où les  $p$  conditions mentionnées

$$\int_0^1 g(t) \cdot t^{n+p-j} \left[ \frac{y_0^{(j)}(t)}{t^{n+1}} \right]^{(p-j-1)} dt = 0, \quad (j = 0, 1, \dots, p-1). \quad (26)$$

Si nous prenons le polynôme  $y_0$  sous la forme

$$y_0 = \int_0^1 h(u) \frac{(x-u)^{n+p-1}}{(n+p-1)!} du \quad (27)$$

avec  $h(u)$  arbitraire, mais intégrable sur  $[0, 1]$ , les conditions (26) s'écrivent

$$\int_0^1 \int_0^1 g(t) \cdot h(u) \cdot (t-u)^n \cdot u^{p-j-1} \cdot dt \cdot du = 0, \quad (j = 0, 1, \dots, p-1) \quad (28)$$

qu'on peut aussi déduire directement de (24).

## 8. RÉSOLUTION DE L'ÉQUATION NON-HOMOGÈNE (20).

Une solution  $Y$  de l'équation non-homogène (19) est

$$Y = \frac{1}{(n+p-1)!} \int_0^x (x-t)^{n+p-1} \frac{f_0^{(p)}(t)}{P_n(t)} dt \quad (29)$$

dans l'hypothèse  $P_n(0) \neq 0$  et comme elle satisfait aux conditions de Cauchy

$$Y(0) = Y'(0) = \dots = Y^{(n+p-1)}(0) = 0 \quad (30)$$

on peut chercher une solution particulière  $Y_p$  de (20) qui soit de la forme

$$Y_p = Y + W_{p-1}(x) \quad (31)$$

où  $W_{p-1}(x)$  est un polynôme du  $(p-1)$ ème degré en  $x$ . Si l'on suppose  $f_0(x)$  de la classe  $C^p[0, b]$  — l'intervalle  $[0, b]$  ne contenant aucune racine de  $P_n(x)$  — les coefficients de  $W_{p-1}(x)$  pourront être déterminés par une identification

$$T_p [W_{p-1}(x)] = \sum_{i=0}^{p-1} f_0^{(i)}(0) \frac{x^i}{i!}. \quad (32)$$