

Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique
Band: 11 (1965)
Heft: 2-3: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: SUR UNE ÉQUATION DIFFÉRENTIELLE LINÉAIRE A
COEFFICIENTS VARIABLES
Autor: Badesco, Radu / Dumitresco, Eugeniu / Saulesco, Constantin
Kapitel: 5. Observations.
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-39970>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 27.04.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

ou bien, d'après (13) et observant que $T(h) = (-1)^n h \cdot P_0$,

$$h = (-1)^n \frac{f(a)}{P_0}. \quad (16)$$

La solution générale cherchée sera alors

$$y = Q_n(x) + \int_a^x (x-t)^n \frac{f'(t)}{P_n(t)} dt + (-1)^n \frac{f(a)}{P_0} \quad (17)$$

ou bien, en intégrant par parties et tenant compte de (14) pour éliminer C_n , elle aura l'expression

$$y = \sum_{i=0}^{n-1} C_i [x^{n-i} - (-1)^{n-i} P_{n-i}(0)] + \left[\frac{(-1)^n}{P_0} - \frac{(x-a)^n}{P_n(a)} \right] f(a) + n \int_a^x (x-t)^{n-1} \frac{P_n(t) + (x-t) P_{n-1}(t)}{P_n^2(t)} f(t) dt. \quad (18)$$

5. OBSERVATIONS.

a) Sous la forme (17), la résolution de (3) nécessite l'existence et l'intégrabilité de la dérivée $f'(x)$, tandis que *la forme (18) ne suppose que l'intégrabilité de $f(x)$.*

b) L'expression (18) met en évidence n fonctions fondamentales de (3) — les polynômes qui multiplient les constantes arbitraires C_i . *Elles ont été déterminées sans résoudre aucune équation algébrique caractéristique*, propriété qui constitue un avantage d'ordre pédagogique sur les équations linéaires à coefficients constants ou sur les équations d'Euler.

c) *La solution générale (18) de l'équation (3) appartient à la classe $C^n[a, b]$ si la fonction connue $f(x)$ est bornée et intégrable sur tout intervalle $[a, b]$ de l'axe Ox , où a et b sont compris entre deux racines consécutives réelles de l'équation $P_n(x) = 0$.*

d) Si c est une racine réelle de cette équation $P_n(x) = 0$, la droite $x - c = 0$ est encore une intégrale car le long de cette droite $dx = 0$.

e) La solution (17) existe aussi pour $a = c$, racine de $P_n(x)$, (d'ordre de multiplicité m) si la fonction $f(x)$ admet une dérivée au voisinage de c où celle-ci se présente sous la forme

$$f'(x) = (x - c)^q f_1(x)$$

avec $f_1(c) \neq 0, \infty$ et $q \geq m$, car c est une singularité apparente pour $\frac{f'(t)}{P_n(t)}$. Le cas $m - 1 < q < m$ conduit à des intégrales généralisées, les solutions effectives de (3) étant données par (17) (pour $a = c$), et seulement le cas $q \leq m - 1$ est à rejeter une fois que les intégrales correspondantes de (17) sont divergentes au voisinage de c .

6. GÉNÉRALISATION DE LA MÉTHODE.

Le problème étudié s'étend d'une manière naturelle au cas des équations (3) qui peuvent être réduites par p dérivations à l'équation

$$Y^{(n+p)} = \frac{f_0^{(p)}(x)}{P_n(x)} \quad (19)$$

M. Const. Săulesco, étudiant III^e année, s'est proposé de trouver ces équations et a montré qu'elles se présentaient sous la forme

$$T_p(y) = \sum_{i=0}^n (-1)^i C_{p+i-1}^{p-1} P_n^{(i)}(x) y^{(n-i)}(x) = f_0(x) \quad (20)$$

où $P_n(x)$ est un polynome arbitraire du n -ième degré et C_a^b le nombre des combinaisons b à b de a objets. Une suite de p intégrations permet immédiatement d'effectuer le passage de (19) à (20), ce qui constitue une vérification directe.

Par l'introduction des polynomes de la classe Appell $P_n(x)$, ($n = 0, 1, \dots$), qui satisfont aux relations

$$P_n^{(i)}(x) = n(n-1) \dots (n-i+1) P_{n-i}(x), \quad (i = 0, 1, \dots, n) \quad (21)$$

l'équation (20) prend la forme généralisant (3)