

Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique
Band: 11 (1965)
Heft: 2-3: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: SUR UNE ÉQUATION DIFFÉRENTIELLE LINÉAIRE A
COEFFICIENTS VARIABLES
Autor: Badesco, Radu / Dumitresco, Eugeniu / Saulesco, Constantin
Kapitel: 2. Equations différentielles du n-ième ordre
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-39970>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 15.04.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

2. EQUATIONS DIFFÉRENTIELLES DU n -IÈME ORDRE.

Nous présenterons ici l'équation d'Euler

$$T(y) = \sum_{i=0}^n (-1)^{n-i} \frac{x^i y^{(i)}}{i!} = f(x) \quad (1)$$

qui admet un système simple de fonctions fondamentales

$$x, x^2, \dots, x^n \quad (2)$$

et ensuite l'équation à coefficients variables $P_n(x)$, polynomes de la classe Appell de degrés égaux aux indices,

$$T(y) = \sum_{i=0}^n (-1)^{n-i} \frac{P_i(x) y^{(i)}}{i!} = f(x) \quad (3)$$

L'étude de ces équations a la même généralité que les équations à coefficients constants du n -ième ordre — ou celles d'Euler du même ordre — et peut être faite en utilisant seulement les connaissances élémentaires acquises en première année, au cours d'Analyse. Remarquons que la méthode de résolution ne comporte au début qu'une seule dérivation de l'équation mais exige, quand on passe à l'équation non-homogène, la connaissance de la solution particulière

$$Y(x) = \frac{1}{n!} \int_a^x (x-t)^n f(t) dt \quad (4)$$

de l'équation

$$Y^{(n+1)} = f(x) \quad (5)$$

répondant aux conditions de Cauchy

$$Y(a) = Y'(a) = \dots = Y^{(n)}(a) = 0. \quad (6)$$

Rappelons ensuite que les polynomes de la classe d'Appell sont caractérisés par les relations

$$\frac{dP_m(x)}{dx} = m.P_{m-1}(x), \quad (m \in N) \quad (7)$$

et ont la représentation par intégrale

$$P_m(x) = \int_0^1 (x-t)^m g(t) dt = \sum_{i=0}^m a_i x^{m-i} \quad (8)$$

où

$$a_i = (-1)^i C_m^i \int_0^1 t^i g(t) dt = (-1)^i C_m^i \gamma_i \quad (9)$$

$g(t)$ étant une fonction arbitraire, intégrable sur $[0, 1]$. On vérifie immédiatement la relation (7) en dérivant directement l'expression (8). Observons en plus que la suite $P_m(x) = x^m$ qui apparaît dans l'équation (1) appartient aussi à la classe d'Appell, de sorte que nous présenterons ici seulement la résolution de (3), celle de (1) pouvant être obtenue d'une manière analogue.

Dérivant l'équation (3), nous avons

$$\frac{d}{dx} [T(y)] = \frac{P_n(x)}{n!} y^{(n+1)} + \sum_{m=1}^n \frac{P'_m(x) - mP_{m-1}(x)}{m!} y^{(m)} = f'(x)$$

et, d'après (7),

$$y^{(n+1)} = n! \frac{f'(x)}{P_n(x)} \quad (10)$$

équation qui admet la solution générale, obtenue en appliquant (4),

$$y = Q_n(x) + \int_a^x (x-t)^n \frac{f'(t)}{P_n(t)} dt. \quad (11)$$

$Q_n(x)$ est ici un polynome de degré n à coefficients arbitraires

$$Q_n(x) = \sum_{i=0}^n C_i x^{n-i} \quad (12)$$

et a un nombre réel choisi de manière que l'intervalle $[a, x]$ ne contienne aucune racine du polynome $P_n(x)$.

La fonction (11), qui dépend linéairement de $(n+1)$ constantes arbitraires C_i , doit satisfaire aussi à l'équation (3) et cette condition nous permettra de déterminer l'une de ces constantes.