

**Zeitschrift:** L'Enseignement Mathématique  
**Herausgeber:** Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique  
**Band:** 11 (1965)  
**Heft:** 2-3: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

**Artikel:** ON ERMAKOF'S CONVERGENCE CRITERIA AND ABEL'S FUNCTIONAL EQUATION.  
**Autor:** Ostrowski, A. M.

**Bibliographie**  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-39968>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 28.04.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

THEOREM 1. Assume that we have (4) for a sequence  $b_\nu \geq \nu_0$  ( $\nu = 1, 2, \dots$ ). Then, if we have (42) for almost all  $x \geq \nu_0$  and for a positive  $\alpha < 1$  the series (18) is convergent.

Further, assuming that  $f(\nu)$  is not  $= 0$  for all sufficiently great integers  $\nu$ , we have for all  $x \geq \nu_0$ :

THEOREM 2. Assume that there exists an  $a \geq \nu_0$  and an integer  $\nu_1 \geq \nu_0$  such that:

$$\Psi(a) > \nu_1 \geq \psi(a), f(\nu_1) > 0, \quad (44)$$

and a sequence  $b_\nu \geq \nu_0$  ( $\nu = 1, 2, \dots$ ) such that we have (8). Then, if (43) holds for almost all  $x \geq \nu_0$ , the series (18) is divergent and we have (10) for all  $x \geq a$ .

THEOREM 3. Assume that there exists a constant  $\gamma$ ,  $0 < \gamma < 1$ , and a sequence  $b_\nu \geq \nu_0$  such that (13) holds and further that for a constant  $c$  and for all integers  $\nu \geq \nu_1$  we have:

$$\nu f(\nu) \leq c \quad (\nu \geq \nu_1).$$

If then (42) holds for a certain  $\alpha < 1$  the series (18) is convergent, and the relation  $\Psi(a) \leq \psi(a)$  is for an  $a \geq \nu_0$  only possible, if  $f(\nu) = 0$  for all  $\nu \geq [\Psi(a)]$ .

Observe that in applying the Theorems 1', 2' and 3' to  $\varphi$  the transformation formula can be certainly applied since  $|\varphi(x)|$  is uniformly bounded.

#### BIBLIOGRAPHY

- [1] ERMAKOF, V., Caractère de convergence de séries. *Bull. des Sciences mathématiques et astronomiques*, 1871, II, pp. 250-256.
- [2] ERMAKOF, V., Extrait d'une lettre adressé à M. Hoüel. *Bull. des Sciences mathématiques et astronomiques*, 1883, (II), VII, pp. 142-144.
- [3] KNOPP, K., Theorie und Anwendung der unendlichen Reihen. Berlin 1947, pp. 305-307.
- [4] KORKINE, A., Sur un problème d'interpolation. *Bull. des Sciences mathématiques et astronomiques*, 1882, (II), VI, pp. 228-231.
- [5] OSTROWSKI, A., Sur les critères de convergence et divergence dus à V. Ermakof. A Trygve Nagell à l'occasion de son 60<sup>e</sup> anniversaire. *L'Enseignement mathématique*, 2<sup>e</sup> série, tome I, 1955, pp. 224-257.

- [6] PRINGSHEIM, A., Allgemeine Theorie der Divergenz und Konvergenz von Reihen mit positiven Gliedern. *Math. Ann.* 35, (1890), in particular pp. 392-394.
- [7] PRINGSHEIM, A., Allgemeine Theorie der Divergenz und Konvergenz von Reihen mit positiven Gliedern. *Math. Papers*, Chicago Congress 1893 (New York 1896) pp. 305-329.
- [8] PRINGSHEIM, A., Irrationalzahlen und Konvergenz unendlicher Prozesse. *Encyclopädie der Mathematischen Wissenschaften*, 1898, I (1), in particular pp. 88-89.

(reçu le 5 janvier 1964)

Prof. A. Ostrowski  
Certenago/Montagnola, Ti.  
Switzerland.