

# RÉPONSE PARTIELLE AUX OBJECTIONS PRÉCÉDENTES

Objekttyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **11 (1965)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **21.09.2024**

## **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

## **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*  
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, [www.library.ethz.ch](http://www.library.ethz.ch)

<http://www.e-periodica.ch>

sera-t-elle réellement distincte d'une définition comprenant une infinité de mots ? D'autre part, la notion « infini » elle-même peut s'exprimer en un nombre fini de mots. Par exemple, la suite *infinie* des nombres entiers peut se définir comme : une suite d'entiers successifs où chaque entier est suivi d'un autre entier.

La notion « infini » nous paraît être une « idéalisation » commode (et même indispensable dans la mathématique moderne) de la notion de grand nombre. S'il en est ainsi, on ne comprendra donc pas comment Borel peut présenter la notion d'ensemble dénombrable comme « la seule réalité que nous puissions atteindre ». Il faudrait en conclure, en particulier, que la notion de l'infini est une réalité que nous pouvons atteindre, alors qu'elle apparaît comme une idéalisation de la notion de grand nombre et non pas comme une réalité.

Ce point de vue a été déjà exprimé, il y a plus de deux siècles, par le grand mathématicien et philosophe Leibniz, qui, dans une lettre privée écrite à Danguicourt en 1716, écrivait : « Je leur témoignais que je ne croyais point qu'il y eut des grandeurs véritablement infinies, ni véritablement infinitésimales, que ce n'étaient que des fictions, mais des fictions utiles pour abréger et pour parler universellement, comme les racines imaginaires dans l'algèbre. »

A partir du moment où l'on admet l'infini, où, donc, on introduit une idéalisation, on ne voit pas pourquoi on considérerait comme hétérodoxe le continu et les nombres transfinis. Ce ne sont pas des réalités, mais ce sont, au même titre que les ensembles dénombrables, des idéalisations commodes et utiles.

#### RÉPONSE PARTIELLE AUX OBJECTIONS PRÉCÉDENTES

Nous avons sélectionné, à partir de la page 33, les passages de Borel où les méthodes descriptives semblent le plus énergiquement condamnées. Toutefois, il faut signaler que cette condamnation n'était pas entièrement définitive. Borel n'a pas hésité lui-même à employer, dans certaines démonstrations, des méthodes seulement descriptives, tout en souhaitant les voir remplacer plus tard par des méthodes descriptives. On en verra

un exemple dans le passage suivant, à la fin d'un mémoire de 1919. Dans ce mémoire, il ne dédaigne pas de démontrer un résultat qui lui paraît intéressant, bien que mal défini à son sens : « étant donnée une série à convergence aussi lente que l'on veut, on peut définir un  $\alpha$  tel que la série (80) correspondante converge plus lentement que la série donnée » <sup>1)</sup>. Mais il ajoute aussitôt : « Mais les séries ainsi « définies » ne sont pas « bien définies » au sens que l'on doit donner à ce terme lorsqu'on se place au point de vue des définitions constructives. » La question reste donc ouverte de savoir si, à ce point de vue, « il est ou non possible de construire... »

Enfin, délaissant ce procès des définitions descriptives et nous plaçant *sur un plan psychologique*, on notera avec intérêt l'observation suivante de Borel :

Ceux qui ne sont pas mathématiciens sont... portés à considérer les mathématiques comme une science essentiellement inhumaine dans laquelle la personnalité des hommes qui s'y consacrent ne joue aucun rôle.

Une telle conception des mathématiques me paraît complètement inexacte..., je crois discerner que la sympathie et les oppositions de caractères entre les hommes jouent un rôle important dans la recherche et la découverte scientifique.

Tous les mathématiciens seront d'accord sur l'affirmation essentielle contenue dans cette citation. Ils penseront avec Borel que la personnalité d'un mathématicien joue un grand rôle dans ses recherches.

L'affirmation contenue dans la seconde phrase de cette citation sera plus inattendue pour le grand public et même pour bien des mathématiciens. Elle en est, pour cela même, plus intéressante. Mais peut-être est-il nécessaire d'en préciser la portée.

Dans la personnalité des mathématiciens, il faut ranger en effet, à côté des caractéristiques morales ou affectives, les caractéristiques purement intellectuelles et celles qui dérivent des milieux où ils ont vécu. Jusqu'à quel point interviennent-elles respectivement dans les recherches des mathématiciens ? D'après

---

<sup>1)</sup> Il ne paraît pas nécessaire d'entourer cette phrase, du contexte, pour en préciser la signification. Il suffit d'observer que, conformément à la phrase suivante de Borel, elle introduit une notion « définie » mais non « effectivement définie ».

Borel « la sympathie et les oppositions de caractères entre les hommes jouent un rôle important dans la recherche et la découverte scientifique ». Sans doute l'expérience personnelle de Borel, en relation avec de très nombreux mathématiciens, lui a-t-elle fourni des exemples d'une influence de cette nature. On notera, toutefois, qu'il parle d'un rôle important et non d'un rôle prépondérant. C'est, sans doute, avec cette limitation qu'il faut comprendre cette citation.

En particulier, les changements d'orientation d'un savant seront souvent la conséquence de changements dans le milieu qui l'entoure. Ce sera la guerre qui le conduira à étudier le calcul des probabilités, la balistique, etc. Ce sera la nomination à une nouvelle chaire, comme ce fut le cas de Henri Poincaré, d'Emile Borel lui-même. (Après des découvertes brillantes de mathématiques pures, Borel, comme Poincaré, se consacrèrent avec succès aux mathématiques appliquées quand ils furent successivement nommés professeurs de Calcul des probabilités et Physique mathématique.) Mais ce sont surtout les caractéristiques mentales, non affectives, d'un savant qui dominent ses travaux, et dont ceux-ci portent la marque.

Les uns cherchent à découvrir des situations paradoxales, étonnantes, à diagnostiquer des « cas pathologiques ». D'autres, tout au contraire, n'étudient ces cas, qui paraissent singuliers, que pour modifier les définitions et faire ainsi apparaître ces cas comme des cas particuliers qu'on pouvait prévoir. Les uns, analystes habiles, cherchent, pour un être mathématique déterminé, à en établir les propriétés, les formules les plus précises, et les plus utiles. D'autres comparent des êtres mathématiques distincts, en discernent les propriétés communes et formulent une théorie qui permet d'établir en une seule fois toutes ces propriétés communes, etc. Ce sont là des façons de voir qui sont à peu près indépendantes du domaine étudié et qui dépendent avant tout de la personnalité de l'auteur, et plus particulièrement de ses caractéristiques mentales. Ses caractéristiques affectives n'apparaissent généralement dans ses écrits que lorsqu'ils donnent lieu à une polémique, ce qui, par la nature même des mathématiques, est assez rare et en tout cas plus rare que pour les autres sciences.

Nous terminerons cette esquisse en citant une remarque profonde de Borel dont la portée s'étend bien *au delà des mathématiques*.

S'il m'est permis d'ajouter quelques mots de conclusion..., je voudrais dire qu'à mon avis, l'unité de l'esprit humain est plus importante que sa diversité et que les méthodes d'invention, d'imagination, de découverte, sont beaucoup plus analogues qu'on ne le croit généralement dans les divers domaines où s'exerce l'activité de l'esprit.

Borel n'a pas eu l'occasion, semble-t-il, de faire connaître sur quoi se basait cette opinion.

On nous permettra donc de présenter plusieurs exemples à l'appui.

Nous pensons que pour beaucoup de mathématiciens, la découverte se produit en deux stades presque contradictoires. Dans l'un, c'est l'intuition qui règne, sans grand souci de rigueur, ni de clarté. Une fois la méthode et le résultat entrevus, le mathématicien reviendra sur ses pas, contrôlera ses raisonnements, il cherchera à les rendre plus rigoureux, plus simples, plus élégants.

Passant à un tout autre domaine, j'ai eu l'occasion d'entendre mon frère, André Fréchet, alors directeur de la célèbre Ecole nationale Boule, m'expliquer comment il conseillait à ses élèves d'opérer pour faire un projet de meuble. D'abord donner libre cours à son imagination, chercher surtout à décider quelle forme donner à l'objet, choisir les couleurs, etc., en somme, tendre à choisir le meilleur résultat, sans s'occuper de sa réalisation. Mais, ensuite, retourner son tablier, se préoccuper de la possibilité, de la facilité de la réalisation, modifier au besoin le premier projet pour en limiter le prix, etc.

Dans un troisième domaine, l'économiste, feu Nogaro, m'avait, indépendamment, exposé aussi comment c'étaient deux stades distincts qui le conduisaient à un nouveau mémoire.

Un parallélisme frappant se révèle ainsi au cours du processus de création, dans ces trois domaines si différents.

Mais ces exemples soulèvent une objection; si on laisse courir sans bride son imagination, dans le premier stade, les nécessités techniques ne vont-elles pas, dans le second stade, écarter les projets rêvés dans le premier stade.

Dans un passage dont nous n'avons malheureusement pas gardé trace et que nous ne résumerons qu'imparfaitement, Paul Valéry répond à cette objection par une explication qui, donnée pour la poésie, s'étend à bien d'autres domaines de pensée. Dans le premier stade, le poète se livre bien à son inspiration, mais le maniement de la langue, le sens du rythme, sont devenus chez lui une seconde nature, de sorte que son inspiration reste inconsciemment sous l'influence des règles de l'écriture poétique. Le projet sorti de l'inspiration est comme le premier souffle du nouveau-né, qui est déjà préparé à vivre.