Borel initiateur

Objekttyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **11 (1965)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **27.04.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

donner de beaucoup plus élémentaires. Soit, par exemple, la somme $a + b$ de deux nombres entiers a et b. Si nous admettons que les nombres qui nous sont concrètement accessibles restent tous au-dessous d'une certaine limite N, la somme $a + b$, non seulement ne pourra pratiquement avoir de sens que si a et b sont inférieurs à N, mais même il faudra supposer que $a + b$ soit lui-même inférieur à N. Dans tout raisonnement où intervient une somme $a + b$, a et b devront être soumis à cette limitation. Comme le dit Borel (voir pp. 29 et 37), on peut concevoir la possibilité de construire une théorie soumise à de telles restrictions)[1]. Mais que de complications ! Les raisonnements les plus simples deviendraient inextricables.

Dans le même passage de Borel, il est rappelé que Volterra a fréquemment insisté sur l'intérêt qu'il y a, pour généraliser, à passer à la limite du fini à l'infini.

Nous croyons utile, ici, de faire, une fois de plus, une distinction. Ce passage est en effet extrêmement utile quand il s'agit de raisonnements intuitifs, qui permettent, par analogie, de prévoir un résultat dans le cas infini, d'après sa forme dans le cas fini.

Mais, quand il faut passer à des démonstrations rigoureuses, on se heurte souvent à d'énormes difficultés.

Dans ce cas, l'expérience a souvent prouvé qu'il valait mieux procéder autrement. Chercher dans le cas fini à distinguer tout ce qui, dans les raisonnements connus, ne fait pas *effectivement* intervenir l'hypothèse du fini... Et constituer ainsi une théorie plus générale, ou obtenir des théorèmes plus généraux.

Borel initiateur

La description des tendances générales de l'œuvre de Borel qui résulte des appréciations de ses commentateurs et de lui-même, n'est cependant pas complète.

Nous avons dit ailleurs au sujet d'une des idées dues à Borel qu'il était *un initiateur*. Mais il l'a été aussi en introduisant d'autres notions.

---

[1]) Robin avait publié un ouvrage dans ce sens.

Pour être précis, nous donnerons immédiatement les *noms* de quelques-unes de ces notions, mais, pour rester sur le terrain des généralités non techniques, nous réserverons leurs définitions et propriétés à la troisième partie.

Le rôle d'initiateur de Borel s'est exercé au sujet de notions dont les unes étaient le couronnement d'une suite d'essais qui avaient été faits pour donner une signification satisfaisante à une notion intuitive, par exemple la notion de mesure d'un ensemble, généralisant la notion de longueur d'un intervalle.

D'autres s'attaquaient à une théorie paraissant définitive mais qui, malgré sa beauté, présentait certains inconvénients, qu'il s'agissait de faire disparaître. Par exemple, la notion de « fonction analytique », due à Weierstrass laissait un fossé entre l'ensemble de telles fonctions et l'ensemble des fonctions très discontinues. Par sa notion de fonction monogène ou quasi analytique, Borel a jeté un pont insoupçonné entre ces deux ensembles.

Par exemple, aussi, on considérait seulement, avant Borel, les probabilités discontinues et les probabilités géométriques. Borel a montré qu'il existait entre ces deux catégories une troisième, celle des « probabilités dénombrables » dont il a étudié les propriétés.

Par exemple encore, il y avait aussi une coupure entre la famille des séries convergentes et celle des séries divergentes. Borel a encore lancé un pont non moins insoupçonné entre ces deux familles. Citons encore les travaux de Borel sur les « fonctions entières » qui lui ont permis de donner une démonstration directe du « grand théorème de Picard ».

C'est Borel lui-même qui fait ressortir la nature commune de ses apports sur ces différents sujets, en écrivant, avec raison: « ... je crois pouvoir faire observer que dans [ces] théories..., j'ai eu la bonne fortune d'apporter sur un point capital une contribution essentielle... grâce à laquelle la théorie a pu, en quelque sorte, franchir un point mort et prendre un essor nouveau ».

Il dit aussi: « Les résultats que je viens de résumer étaient absolument inattendus pour la plupart des géomètres. »

Et d'ailleurs, ce n'est pas tout. Les lignes ci-dessus étaient écrites par Borel en 1921, l'année même où, *après* la publication

des mêmes lignes, il faisait paraître la première des Notes *mémorables* par lesquelles il fondait, sept ans avant von Neumann, la théorie des jeux psychologiques (dont l'invention était, il y a peu de temps encore, faussement attribuée à von Neumann) [1].

Ici, il ne s'agit même plus de perfectionnement ou de franchissement d'un point mort, il s'agit de la création d'une notion tout à fait nouvelle, de l'entrée dans un monde entièrement nouveau, à savoir de l'introduction et de l'utilisation efficace des mathématiques dans un domaine: le domaine psychologique, qui paraissait inaccessible aux mathématiciens.

Des réserves philosophiques

Nous avons apporté, dans ce qui précède, une adhésion enthousiaste aux diverses idées de Borel que nous venons de présenter. Si l'on y ajoute l'essentiel, c'est-à-dire les résultats et les méthodes nouvelles qui seront résumés dans la Troisième Partie, on ne peut s'empêcher de ressentir une vive admiration devant cet ensemble. *Emile Borel restera un des plus grands mathématiciens de son époque*, pourtant riche en très grands talents mathématiques.

Mais, si un résultat mathématique ne peut être que vrai ou faux, il n'en est pas de même des considérations qui l'accompagnent. En Philosophie des sciences, on peut soutenir des opinions opposées, ou qui paraissent opposées, sans qu'on puisse toujours affirmer que l'une est vraie et l'autre fausse.

On sait, par exemple, qu'un mathématicien aussi éminent que M. Hadamard, s'est trouvé parfois en désaccord avec les points de vue développés par Borel concernant les fondements des mathématiques. C'est pourquoi, il nous a paru utile de présenter, après les citations de Borel qui vont suivre, les objections qui viennent naturellement à l'esprit et auxquelles, d'ailleurs, nous répondrons en partie nous-même, à la page 38.

Nous avons reproduit plus haut, pages 28 et 29, des citations de Borel où il fait ressortir avec raison l'intérêt et l'utilité

---

[1]) Aussi avons-nous cru utile de reproduire les courtes notes consacrées par Borel à ce sujet, avec un commentaire, d'abord en traduction anglaise, dans *Econometrica*, puis en français dans la *Revue d'économie politique*.