

**Zeitschrift:** L'Enseignement Mathématique  
**Herausgeber:** Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique  
**Band:** 11 (1965)  
**Heft:** 4: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

**Artikel:** SUR QUELQUES APPLICATIONS GÉOMÉTRIQUES D'UNE INÉGALITÉ RELATIVE AUX FONCTIONS CONVEXES

**Autor:** Steinig, J.

### Bibliographie

**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-39980>

### Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 15.01.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

Or, on a manifestement  $r_1 r_2 \geq r_3^2$  et  $4r_1 > r_1 - r_2$ , et le produit de ces deux inégalités positives donne  $4r_1^2 r_2 > r_3^2 (r_1 - r_2)$ . Puisqu'on a encore  $r_1 \geq r_2$ , aucun des termes du côté gauche de (9) n'est négatif, ce qui démontre cette inégalité.

Nous avons donc

$$M_0(r) \leq M_0(m) \quad \text{et} \quad M_1(r) \geq M_1(m),$$

$$r_3 \leq m_1 \quad \text{et} \quad r_1 \geq m_3;$$

c'est dire qu'il existe un  $t^1$ ),  $0 < t < 1$ , tel que  $(m^t) \prec (r^t)$ .

L'inégalité (7) se trouve ainsi démontrée, et il est facile de voir qu'il n'y a égalité que dans le cas d'un triangle équilatéral.

Pour conclure, remarquons qu'il ne peut exister d'inégalité générale entre  $\frac{\sqrt{3}}{2} M_u(a)$  et  $M_u(m)$ ; ceci est une conséquence immédiate d'un théorème d'Euler [6] qui affirme qu'on peut construire avec les médianes  $m_i$  du triangle  $A_1 A_2 A_3$  un nouveau triangle dont les médianes sont alors  $\frac{3}{4} a_i$ . Par contre, on sait qu'il existe certaines égalités; on voit aisément avec (8) qu'on a toujours

$$\frac{\sqrt{3}}{2} M_2(a) = M_2(m) \quad \text{et} \quad \frac{\sqrt{3}}{2} M_4(a) = M_4(m).$$

#### BIBLIOGRAPHIE

- [1] A. MAKOWSKI, « Inequalities for a Triangle », *El. Math.* 16 (1961), 60-61.
- [2] G. H. HARDY, J. E. LITTLEWOOD, G. PÓLYA. « Inequalities », *Cambridge University Press* (second edition, 1959), aux pages 45 et 89.
- [3] J. KARAMATA, « Sur une inégalité relative aux fonctions convexes », *Publ. math. Univ. Belgrade*, 1 (1932), 145-148.
- [4] M. PETROVIĆ, « Sur quelques fonctions des côtés et des angles d'un triangle », *Enseignement math.* 18 (1916), 153-163.
- [5] F. LEUENBERGER, « Gegensätzliches Verhalten der arithmetischen und geometrischen Mittel », *El. Math.* 16 (1961), 127-129.
- [6] Leonhardi EULERI, *Opera Omnia*, Series I, Vol. 4 (Commentationes Arithmeticae 3), aux pages XXI et 298.

(*Reçu le 30 juin 1964*)

J. Steinig  
5, rue Toeffer  
Genève

<sup>1)</sup> La valeur exacte de  $t$ , comme celle de  $s$ , dépendra du choix de  $a$ ); par exemple,  $s > \frac{1}{4}$  lorsque  $(a) = (3, 4, 5)$ , au lieu que  $s < \frac{1}{4}$  si  $(a) = (2, 24, 24)$ .

Video-leer-empty