

**Zeitschrift:** L'Enseignement Mathématique  
**Herausgeber:** Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique  
**Band:** 10 (1964)  
**Heft:** 1-2: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

**Artikel:** VERTEX POINTS OF FUNCTIONS  
**Autor:** Amir-Moéz, Ali R.  
**Kapitel:** 4. Direction of quadric curvature  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-39423>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 03.04.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

II. Let the rank of  $Q$  be  $k$ , and centers exist. Then these centers are solutions of

$$\xi_k = \xi E = - \left( \frac{\partial f}{\partial \xi} \right) EQ^{-1}, \quad (3.2)$$

where  $Q^{-1}$  is the reciprocal of  $Q$ , see [2]. That is, if  $E$  is the projection on the range of  $Q$ , then

$$Q^{-1} Q = QQ^{-1} = E.$$

Here we choose the center of quadric curvatures at a point of (3.2) so that, it is at the shortest distance from  $\gamma$ .

III. When the rank of  $Q$  is  $k$  and the quadric does not have centers, then we say that  $f$  does not have a center of quadric curvature.

#### 4. DIRECTION OF QUADRIC CURVATURE

In part I and II of section 3 we respectively call the vectors  $\xi$  and  $\xi_k$  the directions of quadric curvature of  $f$  at  $(c_1, \dots, c_n)$ . In III of section 3, we define the direction of quadric curvature to be a vector  $\delta$  which satisfies

$$\delta = \delta E = - \left( \frac{\partial f}{\partial \xi} \right) EQ^{-1},$$

where  $E$  is the projection described in section 3.

#### 5. VERTEX POINTS

Let at the point  $\gamma = (c_1, \dots, c_n)$  of  $f$  the direction of quadric curvature be the same as the normal to  $f = 0$ . Then  $\gamma$  is called a vertex point of the function  $f$ .

*Theorem:* A necessary and sufficient condition for a point to be a vertex point of the function  $f$  is that at that point

$$PQ = QP,$$

where  $P$  and  $Q$  are the matrices described in section 3.