

**Zeitschrift:** L'Enseignement Mathématique  
**Herausgeber:** Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique  
**Band:** 10 (1964)  
**Heft:** 1-2: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

**Artikel:** VERTEX POINTS OF FUNCTIONS  
**Autor:** Amir-Moéz, Ali R.  
**Kapitel:** 1. Definitions and notations  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-39423>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 02.10.2025

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

# VERTEX POINTS OF FUNCTIONS

by Ali R. AMIR-MOÉZ

For  $f$  a real function of  $n$  variables, usually the Hessian matrix is studied in connection with Gaussian and mean curvatures of  $f(x_1, \dots, x_n)$ . In this paper we study other properties of  $f$  in a neighborhood of a point. In particular we get a method for obtaining vertex points of the function  $f$ . We also generalize the idea to some complex cases.

## 1. DEFINITIONS AND NOTATIONS

Let  $f$  a function of complex variables  $x_1, \dots, x_n$  be of class  $C''$  in  $x_1, \dots, x_n$ , and  $\bar{x}_1, \dots, \bar{x}_n$ , in a neighborhood of a point. Then  $f$  is called unitarily analytic if

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x_i \partial \bar{x}_j} = \overline{\left( \frac{\partial^2 f}{\partial \bar{x}_i \partial x_j} \right)}.$$

*Theorem:* Let  $f$  be of class  $C''$  in  $x_1, \dots, x_n, \bar{x}_1, \dots, \bar{x}_n$  in a neighborhood of a point, and

$$\frac{\partial f}{\partial \bar{x}_k} = \overline{\left( \frac{\partial f}{\partial x_k} \right)}.$$

Then  $f$  is unitarily analytic.

The proof is quite simple and we omit it. Note that the converse is not necessarily true.

## 2. TANGENT QUADRIC

Let  $f$  be unitarily analytic in a neighborhood of  $(c_1, \dots, c_n)$ .

Let, for example,  $\frac{\partial f}{\partial c_1}$  be the value of  $\frac{\partial f}{\partial x_1}$  at  $(c_1, \dots, c_n)$ , and