PRÉFACE

Objekttyp: **Preface**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **9 (1963)**

Heft 1-2: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **28.04.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

EN MARGE DU CALCUL DES VARIATIONS

par Henri Lebesgue

TABLE DES MATIÈRES

Préface par L.-C. Young 209

Introduction 212

Chapitre premier: Sur une question de minimum 215

Chapitre 2: Sur le problème des isopérimètres. 233

Chapitre 3: Sur quelques questions de minimum relatives aux courbes orbiformes et sur leurs rapports avec le calcul des variations 246

Chapitre 4: Sur la plus courte distance entre deux points d'une surface développable. 277

Chapitre 5: La méthode classique du calcul des variations . 291

Chapitre 6: La méthode directe du calcul des variations . . 304

PRÉFACE

Ce petit livre provient d'un manuscrit trouvé récemment dans un tiroir du bureau de Lebesgue. Il me semble destiné aux étudiants de tous les âges, aux plus jeunes, surtout (car Lebesgue avait toujours pour eux un intérêt particulier), mais sans exclure, cependant, ceux d'entre nous qui sommes étudiants depuis une quarantaine d'années et même davantage, et dont Lebesgue avait coutume de dire: « Nous sommes tous jeunes, surtout ceux d'entre nous qui le sommes depuis longtemps. »

Pour être étudiant, ou tout au moins bon étudiant, il n'est pas indispensable de suivre le cours d'un professeur; et si on le suit, il faut le compléter par des lectures et des réflexions propres. Il faut avant tout chercher à bien lire et à bien penser; c'est ce que Lebesgue nous enseigne ici.

Ce qui est important dans un livre, ce n'est pas son texte même, ce sont plutôt les réflexions « en marge » qu'il nous suggère, ou qu'il devrait nous suggérer.

Le Calcul des variations, tel que l'avait compris Lebesgue, constitue un champ idéal pour en tirer des réflexions « en marge ». En suivant sa pensée, le lecteur apprendra bien plus qu'en suivant seulement un exposé formel, même très moderne. D'ailleurs, après avoir lu Lebesgue, il n'en sera que plus avide de compléter ses connaissances, en étudiant d'une façon d'autant plus approfondie les livres classiques d'Hadamard, de Tonelli, et de Carathéodory, par exemple, ainsi que le chapitre sur le Calcul des variations dans le beau traité de Hardy, Littlewood et Polya intitulé: *Inégalités*. Que la plupart de ces livres soient en langues étrangères, ce ne sera pas pour arrêter un étudiant sérieux, dont la curiosité a été éveillée: on ne s'effraye pas pour si peu quand on entre dans tout un monde nouveau de la pensée mathématique.

Une remarque de Lebesgue qui m'a particulièrement frappé, c'est que ses travaux se rattachent en somme à une blague de collégien, d'après laquelle, dans un triangle ABC, un côté BC serait égal à la somme $BA+AC$ des deux autres: on exprime pour cela BC comme limite géométrique d'une certaine ligne brisée, dont les côtés sont alternativement parallèles à BA et à AC, et dont on voit que sa longueur est égale à $BA+AC$.

L'étude des limites de telles lignes brisées conduit au cœur des recherches modernes sur le Calcul des variations.

En effet, elles conduisent d'une part, comme le remarque Lebesgue, à l'utilisation en Calcul des variations de la notion de semi-continuité inférieure qui a joué un rôle fondamental dans les travaux de Lebesgue, de Tonelli, de Mc Shane, ainsi que ceux de Rado et de Cesari sur l'aire des surfaces. D'autre part elles conduisent aussi à la notion de solution faible, exploitée de diverses façons par toute une série de mathématiciens contem-

porains, et en particulier, dans le Calcul des variations, par Mc Shane, par Fleming et par moi-même, sous la forme de courbe, ou de variété, généralisée.

Mon attention a été attirée sur les lignes brisées un peu autrement que celle de Lebesgue.

La première fois, c'est en essayant de prendre un raccourci à la montagne, où les sentiers montent en zig-zag: pour éviter de glisser en suivant le raccourci, il fallait encore diriger les pieds en zig-zag, donc je suivais en réalité toujours un chemin de même longueur que le sentier. Ce phénomène connu de tous ceux qui font du ski — car ils montent bien en zig-zag avec les skis — est typique d'un problème irrégulier du Calcul des variations, qu'on connaît sous le nom de problème de Maxwell, un phénomène tout semblable a lieu dans le problème de navigation à voile (problème de Zermelo).

La seconde fois, c'est à propos d'une bicyclette, achetée pendant mes premières années d'étudiant: les kilomètres se lisaient sur un petit appareil enregistreur, et je voulais absolument dépasser le nombre indiqué sur le vélo qu'un de mes amis avait acheté en même temps que moi. Puisque nous roulions toujours ensemble, l'idée me vint de suivre sur la route un chemin en zig-zag. Ce que je n'ai jamais pu comprendre, c'est que malgré ce chemin en zig-zag, mon vélo indiquait toujours le même nombre de kilomètres que celui de mon compagnon, qui roulait tout droit.

Sans doute le lecteur trouvera, lui aussi, parmi ses propres expériences, des événements qui ne s'accordent pas trop bien avec l'enseignement de ses professeurs.

Peut-être s'en servira-t-il pour démolir, avec cette belle intransigeance de la jeunesse, dont parle Lebesgue, ce qu'on lui aura enseigné. Ce qui importe, c'est qu'il apprenne à penser par lui-même, et qu'il le fasse d'autant plus, qu'il pénètre plus profondément dans la pensée mathématique des autres.

L.-C. Young.