

**Zeitschrift:** L'Enseignement Mathématique  
**Herausgeber:** Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique  
**Band:** 9 (1963)  
**Heft:** 1-2: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

**Artikel:** MATRICES OF LINEAR OPERATORS  
**Autor:** Anselone, P. M.

**Bibliographie**  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-38783>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 09.08.2025

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

Since  $T_j$  is of the form  $T_j = a_j I + K_j$ , it follows from (25) that (37) is equivalent to

$$[P(\lambda_1)I - \sum_{j=1}^m \lambda_1^{m-j} K_j] u_0 = 0. \quad (38)$$

Since  $P(\lambda_1) \neq 0$  by hypothesis, this is a generalized Fredholm equation of the second kind. The number  $\lambda_1$  is an eigenvalue of  $\mathbf{T}$  if and only if (38) has a non-zero solution  $u_0$ , in which case (36) gives a corresponding eigenvector  $\vec{u}_0$ .

A special case of a composite recursion relation was studied by D. Greenspan and the author in [4]. Asymptotic results were obtained there which go beyond those given above.

We conclude this paper with a generalization of Theorem 1. Let  $\mathfrak{A}$  be an algebra with unit  $I$  over the complex field. Let  $\mathcal{I}$  be an ideal in  $\mathfrak{A}$ . Let  $\mathfrak{A}_m$  denote the algebra of all  $m \times m$  matrices  $\mathbf{T} = [T_{ij}]$  with  $T_{ij} \in \mathfrak{A}$ . Then the set

$$\mathcal{I}_m = \{\mathbf{K} = [K_{ij}] : K_{ij} \in \mathcal{I}\} \quad (39)$$

is an ideal in  $\mathfrak{A}_m$ .

*Theorem 2.* Let  $\mathbf{T} = [a_{ij}I + K_{ij}]$ , where  $K_{ij} \in \mathcal{I}$ . Let  $P(\lambda)$  be the characteristic polynomial of the scalar matrix  $[a_{ij}]$ . Then  $P(\mathbf{T}) \in \mathcal{I}_m$ .

Since the proof is essentially the same as that for Theorem 1, it is omitted.

#### REFERENCES

- [1] TAYLOR, A. E., *An Introduction to Functional Analysis*, John Wiley and Sons, New York, 1958.
- [2] DOOB, J. L., *Stochastic Processes*, John Wiley and Sons, New York, 1953.
- [3] CODDINGTON, E. A. and N. LEVINSON, *Theory of Ordinary Differential Equations*, McGraw-Hill Book Co., New York, 1955.
- [4] ANSELONE, P. M. and D. GREENSPAN, On a Class of Linear Difference-Integral Equations, *Archive for Rat. Mech. and Anal.* (to appear), and Math. Research Center Report 292, Madison, Wisc., 1962.

Mathematics Research Center  
of the United States Army  
University of Wisconsin  
Madison, Wisconsin.