Importanza didattica del confronto tra il vecchio e il nuovo

Objekttyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **9 (1963)**

Heft 1-2: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **28.04.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

a priori, anzi « uno splendido esempio di quanto noi possiamo spingerci innanzi nella conoscenza *a priori*, indipendentemente dall'esperienza » (*Ragion Pura*, Introduzione, III).

Il nostro discorso non è così lontano dai problemi, determinati e concreti, dei programmi del « secondo ciclo » (impostati in modo serio e moderno, per quel che riguarda la geometria, nel 4° capitolo del volume pubblicato dall'O.E.C.E. come risultato della riunione di Dubrovnik). Del resto, io credo che la questione dei programmi scolastici, in generale e nel particolare, debba essere vista prima di tutto *da lontano*: il chiudersi subito *dentro* una materia è molto pericoloso. Il nostro discorso « dall'esterno », se valido, implica in modo immediato alcune conseguenze « interne », relative cioè ai programmi di geometria del secondo ciclo. Ne mettiamo in evidenza due, correlate ai due esempi sopra esposti. In sede di programma di geometria (di matematica), alla fine e in un certo senso a conclusione del « secondo ciclo », deve trovare un posto di rilievo (il che non vuol dire una trattazione lunga e completa) l'analisi matematica di certi problemi dell'infinito (potenza del numerabile e del continuo, differenza tra potenza e dimensione): alcune idee fondamentali, geniali ma in definitiva semplici, di Cantor e Peano, di Lebesgue e di Poincaré, debbono essere introdotte e messe in evidenza, perchè rappresentano un progresso di pensiero che ha un significato universale, e non solo « tecnico ». In sede di programma di geometria, non è sufficiente — a mio avviso — affermare che « *the pupils in the second cycle ought to be made aware that alongside euclidean geometry and euclidean space, other geometries and other spaces exist* »; a costo di sacrificare qualcosa, e anche parecchio, del programma sistematico delineato a Dubrovnik, occorre — io penso — che nell'ultimo anno del secondo ciclo lo studente si familiarizzi con *numerosi modelli* di « altre geometrie », di « altri spazi ».

Importanza didattica del confronto tra il vecchio e il nuovo

Naturalmente, svolte decisive del pensiero quali la rivoluzione non-euclidea o l'analisi cantoriana dell'infinito possono, e

debbono, avere rilievo anche in altre « materie » (nella logica, nella filosofia, nella storia intesa in senso largo, nella fisica). Ed è anzi forse compito di *altri* insegnamenti il mettere in risalto la pregnanza di certe idee geometriche, che l'insegnante di geometria esporrà nei loro limiti tecnici (per prendere un esempio sal programma di Dubrovnik, è vero, che dal punto di vista tecnico il « principio de Cavalieri » appartiene alla geometria affine; l'idea cavalieriana della composizione di un continuo mediante i suoi indivisibili anticipa invece, addirittura, la impostazione cantoriana, giacchè il Cavalieri concepiva un continuo come « insieme », e *non* come « somma », dei suoi indivisibili).

Noi ci limiteremo però alle conseguenze della nostra impostazione sui programmi di geometria e sulla didattica della geometria nel secondo ciclo.

I programmi, come è noto, non sono tutto l'insegnamento. Definire un buon programma è più facile che non impartire un buon insegnamento. Noi vogliamo soffermarci su di un solo problema didattico, che ci sembra però molto importante: quello del *rilievo*, del risalto da dare ai punti decisivi. Non è infrequente, proprio nell'insegnamento della matematica, il fenomeno dell'« appiattimento ». Tutto viene spiegato bene, tutte le parti si concatenano anzi spesso in modo perfetto; tutto è però « sistemato » in modo uniformemente perfetto, non vi è nulla che spicchi. Tutto quindi può venire uniformemente dimenticato, si tratti del passaggio algoritmico o dell'idea-base di una teoria.

Si può, certamente, mettere in evidenza il « teorema fondamentale » restando all'interno di una teoria. Io credo però che il vero rilievo, l'autentico chiaroscuro che mette in luce i punti salienti, può essere ottenuto solo attraverso il confronto tra il vecchio e il nuovo, solo dalla consapevolezza, e dalla misura, di una differenza.

Lo studio dei « prodotti notevoli » nella algebra elementare è per solito assai noioso: non so se ci siano degli allievi che si entusiasmino per la nuova tecnica che apprendono, che si rendano conto del grandioso passo in avanti che essa ha rappresentato storicamente (anche dal punto di vista della « storia della ragione »). Quando spieghiamo il calcolo di $(a + b)^2$ e di

$(a + b)^3$, per mezzo del formalismo algebrico, proviamoci a confrontarlo con il procedimento seguito dai Greci nella loro « algebra geometrica ». L'esercizio ha un certo interesse in sè (la scomposizione del cubo di lato $a + b$ nelle otto parti richieste è un ottimo *test* di visione tridimensionale); ma è soprattutto il *confronto* che ha valore. Se interpretiamo la elevazione al quadrato e al cubo come costruzione di un quadrato e di un cubo aventi per lato la « base », al modo dei Greci, non solo incontriamo una maggiore difficoltà a raggiungere il risultato, ma ci troviamo nella impossibilità di estenderlo (convenientemente) a potenze con esponente maggiore di 3, perchè la potenza quarta, quinta, ecc. di un numero a non ha più un corrispettivo nella intuizione geometrica ordinaria. Il confronto tra l'algebra geometrica dei Greci e l'algebra simbolica, formale che comincia a svilupparsi con gli Arabi è decisivo per mettere in evidenza il progresso immenso rappresentato dalla geometria analitica, dalla semplice e geniale idea di considerare a^2 — per es. — non come simbolo di un quadrato di lato a ma come numero che misura un segmento.

Per restare nell'ambito della teoria della misura, comprenderemo bene il significato rivoluzionario della scoperta degli irrazionali rileggendo un passo del dialogo « Le Leggi » di PLATONE [1]):

« O Kleinias, io per primo ho appreso assai tardi una cosa, e ho dovuto altamente meravigliarmi di questa triste condizione. Mi sembrò che una simile condizione non fosse possibile tra uomini, ma forse piuttosto soltanto tra una mandra di porci. E allora io mi sono vergognato, non soltanto per me stesso, ma anche per tutti gli Elleni... Lunghezze e larghezze rispetto ad altezze o larghezze e lunghezze tra di loro — non si ammette forse in tutta la Grecia che tali cose si possono in qualche modo commisurare ? » — KLEINIAS: « Non c'è dubbio ». « Se ciò ora è senz'altro impossibile, e pure, come si è detto, noi Greci tutti quanti crediamo a tale possibilità, non vale forse la pena provare vergogna per tutti ?... »

---

1) Prendo in prestito la citazione dal volume di H. MESCHKOWSKI, *Wandlungen des mathematischen Denkens*, Braunschweig 1960; di esso comparirà tra poco, nelle Edizioni Boringhieri, una traduzione italiana (fatta dell'autore del presente scritto).