REMARK ON A FÉJER'S INEQUALITY WHIGH IS USED IN THE WEIERSTRASS FACTORIZATION THEOREM

Autor(en): **Shashkevich, Michael**

Objekttyp: **Article**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **8 (1962)**

Heft 1-2: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **27.04.2024**

Persistenter Link: https://doi.org/10.5169/seals-37968

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

REMARK ON A FÉJER'S INEQUALITY WHICH IS USED IN THE WEIERSTRASS FACTORIZATION THEOREM

by Michael SHASHKEVICH

(Reçu le 1er février 1962.)

In E. Hille's *Analytic Function Theory*, Vol. 1 (1959), page 227, the following theorem is given:

Let

$$E_p(z) = (1-z)\exp\left\{z+\frac{z^2}{2}+\ldots+\frac{z^p}{p}\right\}, \quad p = 1, 2, \ldots;$$

for $|z| \leqq 1$ we have

$$|E_p(z)-1| \leqq |z|^{p+1}.$$

There is also the remark: « This proof was communicated to me some forty years ago by my teacher Marcel Riesz. If I remember correctly, he ascribed it to Fejer. The proof does not seem to have been published. »

The proof is based on the fact that the coefficients of the development of

$$E_p(z) = 1+\sum_{k=1}^{\infty} A_{k,p}\, z^k$$

have the property

$$A_{1,p} = A_{2,p} = \ldots = A_{p,p} = 0, \text{ and } A_{k,p} < 0 \text{ for } k > p,$$

which is a consequence of

$$E_p'(z) = -z^p \exp\left\{z+\frac{z^2}{2}+\ldots+\frac{z^p}{p}\right\}. \qquad (1)$$

But starting from (1) the proof can be obtained immediateyl as follows. Indeed, if $|z| \leqq 1$ and $0 \leqq t \leqq 1$ it follows that

$$|E_p'(tz)| \leqq -|z|^p E_p'(t),$$

and hence

$$|E_p(z)-1| = |z\int_0^1 E_p'(tz)\,dt| \leqq -|z|^{p+1}\int_0^1 E_p'(t)\,dt = |z|^{p+1}.$$

Department of Mathematics
University of Wisconsin
Madison, Wis.