

Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique
Band: 7 (1961)
Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: AN EXTENSION OF A THEOREM OF DARBOUX
Autor: Goodner, Dwight B.

Bibliographie
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-37135>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 24.04.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

Let the function F be defined on $a \leq x \leq b$ by $F(x) = f(x) - kx$. Then [2, p. 191]

$$D^- F(b) = D^- f(b) - k > 0 \text{ and } D_+ F(a) = D_+ f(a) - k < 0.$$

Hence there is a point ξ , $a < \xi < b$, such that F has a minimum at ξ . We note that $D^+ F(\xi) D^- F(\xi) \leq 0$. If $D^+ F(\xi) = 0$, we choose $p = 1$ and $q = 0$. If $D^+ F(\xi) \neq 0$, we choose

$$p = \frac{D^- F(\xi)}{D^- F(\xi) - D^+ F(\xi)} \text{ and } q = \frac{D^+ F(\xi)}{D^+ F(\xi) - D^- F(\xi)}.$$

In either case $p \geq 0$, $q \geq 0$, $p + q = 1$, and $p D^+ F(\xi) + q D^- F(\xi) = 0$. Hence

$$p [D^+ f(\xi) - k] + q [D^- f(\xi) - k] = 0.$$

It follows that

$$p D^+ f(\xi) + q D^- f(\xi) = k$$

which was to be shown.

The reader will observe that we have not required the derivatives at a and b to be finite. In fact, we need not require that all derivatives be finite at each point of the open interval $a < x < b$. However, since these cases are easily resolved, they will be left for the consideration of the reader.

A closely related theorem may be obtained by substituting $D^+ f(a) > k > D^- f(b)$ for $D_+ f(a) < k < D^- f(b)$ in the statement of our theorem. A proof of the new theorem can be obtained by making minor modifications in the above proof.

REFERENCES

1. GOFFMAN, C., *Real Functions*. New York, Rinehart and Company, 1953.
2. McSHANE, E. J., *Integration*. Princeton, Princeton University Press, 1944.

Department of Mathematics
The Florida State University
Tallahassee, U.S.A.