

Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique
Band: 7 (1961)
Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: CHARAKTERISTISCHE KLASSEN UND ANWENDUNGEN
Autor: Atiyah, M. F. / Hirzebruch, F.

Bibliographie
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-37131>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 23.02.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

Index gleich $\pm t_k$ ist ($t_k = (2k+1)$ -Ableitung von $\operatorname{tg}(x)$ für $x = 0$).

Zum Beweis benötigen wir zunächst ein Lemma, das bereits bei Kervaire (Courbure intégrale généralisée et homotopie, *Math. Ann.*, 131, 219-252 (1956), siehe S. 247) vorkommt.

LEMMA. — Das cartesische Produkt $S^{n_1} \times \dots \times S^{n_r}$ von Sphären kann in den Euklidischen Raum der Dimension $n_1 + \dots + n_r + 1$ differenzierbar eingebettet werden.

Das Lemma ist richtig für $r = 1$. Wir beweisen es durch Induktion über r . Offensichtlich kann S^{n_r} mit trivialem Normalbündel in den euklidischen Raum der Dimension $n_1 + \dots + n_r + 1$ eingebettet werden. Die Faser des Normalbündels ist ein \mathbf{R}^d mit $d = n_1 + \dots + n_{r-1} + 1$. Nach Induktionsannahme ist $S^{n_1} \times \dots \times S^{n_{r-1}}$ differenzierbar in \mathbf{R}^d einbettbar. Daraus folgt die Behauptung des Lemmas.

In [12, § 9.4] wird erwähnt, dass es in $S^2 \times \dots \times S^2$ ($2k+1$ Faktoren) eine Untermannigfaltigkeit V^{4k} der Codimension 2 gibt, die mit jedem Faktor S^2 die Schnitzzahl 1 hat.

Nach dem Lemma ist V^{4k} in den Euklidischen Raum der Dimension $4k+3$ differenzierbar einbettbar. Nach [12, § 9.4] ist der Index von V^{4k} in der Tat gleich der $(2k+1)$ -ten Ableitung von $\operatorname{tgh} x$ für $x = 0$, q.e.d.

Der vorstehende Satz zeigt, dass Satz 5.5 für gerades k scharf ist. Für $k = 3, 5, \dots$ ist uns keine M^{4k} bekannt, die in \mathbf{R}^{4k+4} einbettbar ist und deren Index gleich $t_k/2$ ist.

LITERATUR

- [1] ADAMS, J. F., On the non-existence of elements of Hopf invariant one. *Ann. of Math.*, 72 (1960), 20-104.
- [2] ALEXANDROFF, P. und H. HOPF, *Topologie*. Springer-Verlag, Berlin, 1935.
- [3] ATIYAH, M. F. und F. HIRZEBRUCH, Riemann-Roch theorems for differentiable manifolds. *Bull. Amer. Math. Soc.*, 65 (1959), 276-281.
- [4] — und F. HIRZEBRUCH, Vector bundles and homogeneous spaces. Differential Geometry. *Proc. of Symp. in Pure Math.*, vol. 3; *Amer. Math. Soc.*, 1961.
- [5] — und F. HIRZEBRUCH, Quelques théorèmes de non-plongement pour les variétés différentiables. *Bull. Soc. Math. France*, 87 (1959), 383-396.

- [6] BOREL, A. und F. HIRZEBRUCH, Characteristic classes and homogeneous spaces I, II, III. *Amer. J. of Math.*, 80 (1958), 458-538; 81 (1959), 315-382; 82 (1960), 491-504.
- [7] ——— und J.-P. SERRE, Le théorème de Riemann-Roch (d'après Grothendieck). *Bull. Soc. Math. France*, 86 (1958), 97-136.
- [8] BOTT, R., The space of loops on a Lie group. *Mich. math. J.*, 5 (1958), 35-61.
- [9] ——— Quelques remarques sur les théorèmes de périodicité. *Bull. Soc. Math. France*, 87 (1959), 293-310.
- [10] CHERN, S. S., Characteristic classes of Hermitian manifolds. *Ann. of Math.*, 47 (1946), 58-121.
- [11] EILENBERG, S. und N. STEENROD, Foundations of algebraic topology. *Princeton Math. Series*, vol. 15. Princeton Univ. Press, 1952.
- [12] HIRZEBRUCH, F., *Neue topologische Methoden in der algebraischen Geometrie*. Ergebnisse der Mathematik. Neue Folge, Heft 9. Springer-Verlag, Berlin-Göttingen-Heidelberg, 1956.
- [13] MILNOR, J., Some consequences of a theorem of Bott. *Ann. of Math.*, 68 (1958), 444-449.
- [14] PONTRJAGIN, L., Characteristic cycles on differentiable manifolds. *Mat. Sbornik N. S.*, 21 (63), 233-284 (1947).
- [15] PUPPE, D., Homotopiemengen und ihre induzierten Abbildungen I. *Math. Z.*, 69 (1958), 299-344.
- [16] STIEFEL, E., Richtungsfelder und Fernparallelismus in Mannigfaltigkeiten. *Comm. Math. Helv.*, 8 (1936), 3-51.
- [17] ——— Über Richtungsfelder in den projektiven Räumen und einen Satz aus der reellen Algebra. *Comm. Math. Helv.*, 13 (1940-41), 201-218.
- [18] WHITNEY, H., Sphere spaces. *Proc. Nat. Acad. Sci.*, 21 (1935), 462-468.
- [19] LOEWY, A., Algebraische Gruppentheorie. *Pascal's Repertorium der höheren Mathematik*, I 1, 2. Auflage. Leipzig und Berlin, 1910.

Mathematisches Institut, Bonn.
 Pembroke College, Cambridge.
 Mathematical Institute, Oxford.