

<b>Zeitschrift:</b>	L'Enseignement Mathématique
<b>Herausgeber:</b>	Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique
<b>Band:</b>	6 (1960)
<b>Heft:</b>	1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE
<b>Artikel:</b>	INTRODUCTION A LA THÉORIE DE LA RELATIVITÉ RESTREINTE
<b>Autor:</b>	Quan, Pham Mau
<b>DOI:</b>	<a href="https://doi.org/10.5169/seals-36343">https://doi.org/10.5169/seals-36343</a>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 28.01.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

# INTRODUCTION A LA THÉORIE DE LA RELATIVITÉ RESTREINTE

par PHAM MAU QUAN.

(*Reçu le 28 janvier 1961*).

## 1. L'ESPACE-TEMPS.

### 1. *Introduction.*

Historiquement la théorie de la relativité restreinte est née de l'échec des expériences que MICHELSON entreprit en 1881 pour montrer la dépendance de la vitesse de la lumière vis-à-vis du mouvement de l'observateur par rapport à un éther hypothétique. Cette vitesse mesurée est la même quel que soit le mouvement de l'observateur. Ce résultat négatif a reçu des essais d'explication par LORENTZ, MINKOWSKI, EINSTEIN et c'est EINSTEIN qui a formulé les bases de la théorie de la relativité restreinte en posant le principe de constance de la vitesse de la lumière dans le vide. En réalité c'est une prise de position du point de vue mathématique devant le fait déjà signalé par POINCARÉ que les équations de la mécanique et les équations de l'électromagnétisme sont invariantes dans deux groupes de transformations différents: le groupe de Galilée et le groupe de Lorentz.

Comme le principe de constance de la vitesse de la lumière est virtuellement contenu dans les équations de MAXWELL, pour résoudre ce conflit entre mécanique et électromagnétisme classiques, EINSTEIN proposa de conserver la théorie électromagnétique de MAXWELL et de modifier la dynamique newtonienne de façon à la mettre en accord avec la première. Pour cela il prit comme point de départ les deux principes suivants déduits des résultats de l'expérience de MICHELSON et des travaux de LORENTZ:

PRINCIPE I. — *Par rapport à tous les repères de Galilée, dans le vide et dans tous les sens, la vitesse de la lumière est la même. Cette vitesse constante c voisine de 300.000 km/sec, est la vitesse limite des phénomènes physiques observables.*

**PRINCIPE II.** — *Aucune expérience physique, mécanique ou électromagnétique, faite à l'intérieur d'un repère de Galilée, ne doit permettre de mettre en évidence le mouvement de ce repère de Galilée par rapport à un autre.*

Ce sont les conséquences mathématiques de ces deux principes qui constituent la théorie de la relativité restreinte. Le premier principe montre que l'espace et le temps possèdent un caractère relatif, et conduit à définir à partir de l'existence du groupe de Lorentz, une structure géométrique pour la variété espace-temps à quatre dimensions. Le second principe conduit à donner aux équations de la mécanique et de l'électromagnétisme une forme géométrique indépendante de tout système de coordonnées choisi pour rapporter l'espace-temps, de façon à ce qu'elles restent en particulier invariantes par les transformations de Lorentz.

## 2. *L'espace-temps de MINKOWSKI.*

L'espace-temps est une variété différentiable à quatre dimensions  $V_4$  sur laquelle est définie une métrique improprement euclidienne de signature hyperbolique normale (+ — — —). Rapportée à des coordonnées orthonormales  $(x_\alpha)$ , cette métrique a la forme

$$(2.1) \quad ds^2 = dx_0^2 - dx_1^2 - dx_2^2 - dx_3^2$$

où  $x_0 = ct$ ,  $t$  étant la variable temps classique et  $c$  la vitesse de la lumière dans le vide.

C'est l'espace-temps de MINKOWSKI. Les coordonnées orthonormales  $(x_\alpha)$  sont appelées *coordonnées lorentziennes*. Le repère associé s'appelle *repère lorentzien*. L'axe des  $x_0$  est l'axe de temps et le 3-plan  $(x_1, x_2, x_3)$  l'espace associé. Nous réservons le terme « repère galiléen » à tout repère du 3-plan espace en mouvement de translation rectiligne uniforme au sens classique. Les variables  $(t, x_1, x_2, x_3)$  sont dites coordonnées galiléennes.

Il résulte de ces définitions et des principes I et II les énoncés suivants.

1. *Les changements de coordonnées lorentziennes permis sont ceux qui laissent invariante la forme quadratique fondamentale (2.1). Ils forment le groupe de Lorentz.*

L'espace et le temps sont relatifs à chaque repère lorentzien et diffèrent d'un repère à un autre. Leurs relations sont définies par les formules de transformations de Lorentz.

2. *Le déplacement d'une onde lumineuse est telle que  $ds^2 = 0$ .* Sa vitesse est donc invariante par changement de repère (c'est  $c$ ).

Toute vitesse réelle est inférieure à celle de la lumière, donc telle que  $ds^2 > 0$ .

3. *Le principe II entraîne que toute loi mécanique ou électromagnétique s'exprime par une équation invariante par changement de repère* (ou indépendante du choix des coordonnées de  $V_4$ ) et a fortiori invariante par les transformations du groupe de Lorentz. C'est ce qui conduit à l'expression tensorielle des grandeurs en relativité.

### 3. *Le groupe de transformations de Lorentz.*

Les transformations de Lorentz laissent invariante la forme quadratique fondamentale  $dx_0^2 - dx_1^2 - dx_2^2 - dx_3^2$ . On démontre qu'à une translation près, ce sont des transformations linéaires de matrice  $a = (a_{\lambda\alpha})$

$$x'_\lambda = \sum_\alpha a_{\lambda\alpha} x_\alpha \quad \text{ou} \quad x' = ax$$

telles que

$${}^t x' \eta x' = {}^t (ax) \eta (ax) = {}^t x {}^t a \eta a x = {}^t x \eta x,$$

soit

$$(3.1) \quad {}^t a \eta a = \eta,$$

où  $\eta = (\eta_{\alpha\beta})$  est la matrice d'éléments  $\eta_{00} = +1$ ,  $\eta_{11} = \eta_{22} = \eta_{33} = -1$ ,  $\eta_{\alpha\beta} = 0$  si  $\alpha \neq \beta$ .

Ces transformations forment le groupe dit général de Lorentz. En fait on se limite à des transformations propres qui conservent l'orientation du temps et l'orientation de l'espace: elles sont telles que

$$(3.2) \quad a_{00} \geq 1 \quad \text{et} \quad \det a = +1.$$

Elles forment le groupe propre de Lorentz sous-groupe du groupe général.

A toute transformation de coordonnées  $x_\alpha$  correspond un changement de repère lorentzien qui leur est associé. On voit alors que par des rotations purement spatiales ( $\vec{e}_0$  et  $\vec{e}'_0$  restent fixes), on peut amener  $\vec{e}_1$  et  $\vec{e}'_1$  dans le 2-plan ( $\vec{e}_0, \vec{e}'_0$ ),  $\vec{e}_2$  et  $\vec{e}_3$  en  $\vec{e}'_2$  et  $\vec{e}'_3$ . Autrement dit, toute transformation propre de Lorentz peut être réalisée comme produit de transformations spatiales pures (ne portant que sur les  $x_i$ ) et d'une transformation dite *spéciale de Lorentz* de la forme

$$\begin{aligned}x'_0 &= a_{00} x_0 + a_{01} x_1 \\x'_1 &= a_{10} x_0 + a_{11} x_1 \\x'_2 &= x_2 \\x'_3 &= x_3.\end{aligned}$$

En exprimant les conditions (3. 1) et (3. 2), on trouve

$$\begin{aligned}(3.3) \quad x'_0 &= x_0 \operatorname{Ch}\varphi - x_1 \operatorname{Sh}\varphi \\x'_1 &= -x_0 \operatorname{Sh}\varphi + x_1 \operatorname{Ch}\varphi \\x'_2 &= x_2 \\x'_3 &= x_3\end{aligned}$$

$\varphi$  désignant un paramètre. Ces formules traduisent une rotation d'argument  $\varphi$  dans le plan hyperbolique ( $x_0, x_1$ ). La transformation inverse de (3. 3) s'en déduit immédiatement. On peut encore introduire le nombre  $\beta = \operatorname{Th}\varphi$  ( $-1 \leq \beta \leq +1$ ) et écrire ces transformations sous la forme devenue classique :

$$\begin{aligned}(3.4) \quad (a) \quad x'_0 &= \frac{x_0 - \beta x_1}{\sqrt{1 - \beta^2}} & x_0 &= \frac{x'_0 + \beta x'_1}{\sqrt{1 - \beta^2}} \\(b) \quad x'_1 &= \frac{-\beta x_0 + x_1}{\sqrt{1 - \beta^2}} & x_1 &= \frac{\beta x'_0 + x'_1}{\sqrt{1 - \beta^2}} \\x'_2 &= x_2 & x_2 &= x'_2 \\x'_3 &= x_3 & x_3 &= x'_3\end{aligned}$$

## II. LA CINÉMATIQUE DU POINT.

4. *Interprétation.*

Les formules (3. 4) des transformations propres spéciales de Lorentz peuvent être interprétées en termes classiques d'espace et de temps.

Supposons que le point  $M \in V_4$  ait une projection d'espace liée au repère  $(\vec{e}'_a)$ , c'est-à-dire telle que les  $x'_i$  restent constants. On aura en différentiant la seconde équation de (3. 4a)

$$dx_1 - \beta dx_0 = 0 \quad \text{soit} \quad \beta = \frac{dx_1}{dx_0}$$

En revenant à la variable  $t$  ( $x_0 = ct$ ), on voit que  $\beta = \frac{v}{c}$ ,  $v$  désigne la vitesse d'un point lié au repère de Galilée  $(0', \vec{e}'_i)$  dans son mouvement par rapport au repère de Galilée  $(0, \vec{e}_i)$ . Comme  $x'_2 = x_2$ ,  $x'_3 = x_3$ ,  $\vec{e}'_2 = \vec{e}_2$  et  $\vec{e}'_3 = \vec{e}_3$ . Par suite le second repère de Galilée a ses axes  $O'y'$  et  $O'z'$  de même direction et de même sens que les axes  $Oy$  et  $Oz$  du premier repère de Galilée, l'axe  $O'x'$  étant orienté dans le sens de  $Ox$  glisse sur  $Ox$  avec la vitesse constante  $v$ .

Pour  $\beta$  petit, on obtient en première approximation les formules des transformations de Galilée

$$\begin{aligned} t' &= t \\ x' &= x - vt \\ y' &= y \\ z' &= z. \end{aligned}$$

Des formules de la transformation spéciale de Lorentz (3. 4), on peut déduire une formule intrinsèque en langage classique. Il est clair que

$$\vec{e}_1 = \vec{e}'_1 = \frac{\vec{\beta}}{\beta}$$

$\beta$  étant le vecteur vitesse réduite. Soit  $\vec{r} = \overrightarrow{OM}$  le vecteur d'espace de composantes  $x_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ) dans le premier repère

de Galilée et  $\vec{r}' = \overrightarrow{O'M}$  le vecteur homologue de composantes  $x'_i$  dans le second repère de Galilée. Nous avons

$$x'_1 = \vec{r}' \cdot \vec{e}_1 = \frac{\vec{r}' \cdot \vec{\beta}}{\beta}$$

Il vient de la première équation (3. 4b)

$$(4.1) \quad x_0 = \frac{x'_0 + \vec{r}' \cdot \vec{\beta}}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

puis des trois équations suivantes, en formant la combinaison  $\sum x_i \vec{e}_i = \vec{r}$  :

$$\vec{r} = \vec{r}' + \left( \frac{\beta x'_0 + x'_1}{\sqrt{1 - \beta^2}} - x'_1 \right) \vec{e}_1$$

soit

$$(4.2) \quad \vec{r} = \vec{r}' + \left( \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} - 1 \right) \frac{\vec{r}' \cdot \vec{\beta}}{\beta^2} \vec{\beta} + \frac{x'_0}{\sqrt{1 - \beta^2}} \vec{\beta}.$$

On établit de même les formules inverses :

$$(4.3) \quad x'_0 = \frac{x_0 - \vec{\beta} \cdot \vec{r}}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

$$(4.4) \quad \vec{r}' = \vec{r} + \left( \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} - 1 \right) \frac{\vec{r} \cdot \vec{\beta}}{\beta^2} \vec{\beta} - \frac{x_0}{\sqrt{1 - \beta^2}} \vec{\beta}$$

Les formules (4.1) et (4.2) sous forme vectorielle ne dépendent pas des rotations spatiales portant sur l'un ou l'autre repère de Galilée. Elles constituent donc l'interprétation en termes classiques de la transformation propre la plus générale de Lorentz. On notera cependant que cette interprétation est faite dans la variété numérique  $V_4$  non organisée, l'espace seul est l'espace euclidien, le temps est un paramètre scalaire.

Les formules de transformation propre de Lorentz permettent de calculer l'espace et le temps définis dans un repère de Galilée par le principe de constance de vitesse, lorsqu'on connaît son mouvement par rapport à un autre repère de Galilée et l'espace et le temps définis dans celui-ci.

## 5. Cinématique relativiste.

Appelons  $\vec{\alpha}$ ,  $\vec{\beta}$ ,  $\vec{\beta}'$  respectivement la vitesse absolue, la vitesse d'entraînement et la vitesse relative d'un point

$$\vec{\alpha} = \frac{d\vec{r}}{dx_0} \quad \vec{\beta} = \frac{d\vec{0}}{dx_0} \quad \vec{\beta}' = \frac{d\vec{r}'}{dx'_0}.$$

Par dérivation de (4.2) par rapport à  $x_0$ , il vient

$$\frac{d\vec{r}}{dx_0} = \frac{dx'_0}{dx_0} \left\{ \frac{d\vec{r}'}{dx'_0} + \left( \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1 \right) \left( \vec{\beta} \cdot \frac{d\vec{r}'}{dx'_0} \right) \frac{\vec{\beta}}{\beta^2} + \frac{\vec{\beta}}{\sqrt{1-\beta^2}} \right\}$$

Or (4.1) donne

$$\frac{dx'_0}{dx_0} = \frac{\sqrt{1-\beta^2}}{1 + \vec{\beta} \cdot \vec{\beta}'}$$

Il vient ainsi

$$(5.1) \quad \vec{\alpha} = \frac{1}{1 + \vec{\beta} \cdot \vec{\beta}'} \left\{ \sqrt{1-\beta^2} \vec{\beta}' + (1 - \sqrt{1-\beta^2}) \frac{\vec{\beta} \cdot \vec{\beta}'}{\beta^2} \vec{\beta} + \vec{\beta} \right\}$$

Cette relation montre que  $\vec{\alpha}$ ,  $\vec{\beta}$  et  $\vec{\beta}'$  sont coplanaires. On peut la transformer de façon à mettre en évidence au second membre un vecteur parallèle à  $\vec{\beta}$  et un autre orthogonal à  $\vec{\beta}$ :

$$(5.1') \quad \vec{\alpha} = \frac{1}{1 + \vec{\beta} \cdot \vec{\beta}'} \left\{ \left( 1 + \frac{\vec{\beta} \cdot \vec{\beta}'}{\beta^2} \right) \vec{\beta} + \sqrt{1-\beta^2} \left[ \vec{\beta}' - \left( \frac{\vec{\beta} \cdot \vec{\beta}'}{\beta^2} \right) \vec{\beta} \right] \right\}$$

Si  $\beta$  est petit, on a en première approximation

$$\vec{\alpha} = \vec{\beta} + \vec{\beta}'.$$

C'est la formule classique de la composition des vitesses en mécanique newtonienne. En théorie de la relativité, la relation entre  $\vec{\alpha}$ ,  $\vec{\beta}$ ,  $\vec{\beta}'$  qui donne la loi relativiste de composition des vitesses est plus compliquée. Elle entraîne plusieurs conséquences :

1. Le carré du vecteur vitesse résultant a pour valeur

$$\alpha^2 = 1 - \frac{(1-\beta^2)(1-\beta'^2)}{(1 + \vec{\beta} \cdot \vec{\beta}')^2}$$

Pour  $\beta$  et  $\beta'$  inférieurs à 1,  $\alpha^2 < 1$ . Il est donc impossible par composition de deux vitesses inférieures à celle de la lumière, de dépasser celle-ci.

2. Pour  $\beta = 1$  ou  $\beta' = 1$ ,  $\alpha^2 = 1$ . On voit que quelle que soit la vitesse d'entraînement  $\beta$ , on obtient  $\alpha^2 = 1$ , résultat qui est bien en accord avec le principe de constance de la vitesse de la lumière.

3. Dans le cas où  $\vec{\beta}$  et  $\vec{\beta}'$  sont colinéaires, on a la relation algébrique

$$\alpha = \frac{\beta + \beta'}{1 + \beta\beta'}$$

C'est la relation établie par EINSTEIN. On remarque que ce résultat correspond à la composition de deux rotations dans le plan hyperbolique. En effet

$$\alpha = Th(\varphi + \varphi') = \frac{Th\varphi + Th\varphi'}{1 + Th\varphi Th\varphi'} = \frac{\beta + \beta'}{1 + \beta\beta'}.$$

La loi relativiste de composition des vitesses donne une interprétation satisfaisante de la formule de FRESNEL relative à l'expérience de l'entraînement partiel de la lumière par un milieu réfringent en mouvement, comme elle rend compte parfaitement de l'échec de l'expérience de MICHELSON.

### 6. *Les vecteurs vitesse unitaire et accélération d'univers.*

Un point matériel  $M$  en mouvement décrit dans l'espace-temps  $V_4$  une trajectoire d'univers  $C$ . Comme sa vitesse est inférieure à  $c$ , l'arc  $s$  de trajectoire est tel que  $ds^2 > 0$ . On dit que sa trajectoire est une courbe *orientée dans le temps*.

On appelle *vecteur vitesse unitaire* de  $M$  le vecteur de composantes contravariantes

$$(6.1) \quad u^\alpha = \frac{dx^\alpha}{ds}$$

On appelle *vecteur accélération de  $M$*  le vecteur de composantes contravariantes

$$(6.2) \quad J^\alpha = \frac{du^\alpha}{ds}.$$

On interprète immédiatement ces définitions en rapportant l'espace-temps  $V_4$  à un repère lorentzien. On a

$$ds^2 = dx_0^2 - dx_1^2 - dx_2^2 - dx_3^2 = (1 - \beta^2) dx_0^2$$

soit

$$ds^2 = \sqrt{1 - \beta^2} dx_0 = \sqrt{1 - \beta^2} c dt .$$

Par suite

$$u^0 = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} \quad u^i = \frac{v^i}{c \sqrt{1 - \beta^2}} \quad (i = 1, 2, 3)$$

$v^i$  désignent les composantes du vecteur vitesse ordinaire dans le repère de Galilée correspondant. On interprète alors le vecteur accélération d'univers  $J^\alpha$ . Pour  $\beta$  petit c'est-à-dire  $\varphi$  petit devant  $c$ , on a en première approximation les définitions classiques.

### III. LA DYNAMIQUE DU POINT.

#### 7. Le principe de l'inertie.

Supposons qu'un point matériel ait une accélération d'univers constamment nulle. De

$$\gamma^0 = \frac{d}{ds} \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} = 0$$

on tire  $\beta^2 = \text{constant}$ ; puis de

$$\gamma^i = \frac{d}{ds} \frac{v^i}{c \sqrt{1 - \beta^2}} = 0$$

on tire  $v^i = \text{const}$ . Dans le repère de Galilée associé, le point  $M$  a un mouvement rectiligne uniforme. Cette propriété traduit le principe de l'inertie en mécanique classique d'après lequel un point matériel isolé a une accélération nulle c'est-à-dire un mouvement rectiligne uniforme. La réciproque est immédiate.

Or si  $J^\alpha = 0$ , le point  $M$  décrit une droite ou géodésique de l'espace-temps. On postule ainsi en relativité restreinte.

**PRINCIPE DE L'INERTIE.** — *Un point matériel isolé admet pour trajectoire d'univers une géodésique orientée dans le temps ( $ds^2 > 0$ ) de l'espace-temps de MINKOWSKI.*

Les géodésiques pour lesquelles  $ds^2 = 0$ , correspondent dans l'espace aux droites parcourues avec la vitesse  $c$ , c'est-à-dire aux rayons lumineux, trajectoires des photons. On voit alors que la théorie de la relativité restreinte se trouve liée d'une manière simple à la géométrie de l'espace-temps de MINKOWSKI.

### 8. *L'équation fondamentale de la dynamique relativiste du point.*

L'espace-temps de MINKOSWKI sert seulement de cadre géométrique pour le déroulement des phénomènes physiques de l'univers. Toute origine du mouvement lui est étrangère. On doit introduire les notions d'inertie, de forces. Une force est représentée par un vecteur d'univers  $\Phi^\alpha$ : elle est proportionnelle au vecteur accélération du point  $M$ , ce qui se traduit par l'équation fondamentale

$$(8.1) \quad K J^\alpha = \Phi^\alpha$$

où  $K$  est un coefficient caractérisant l'inertie du point matériel  $M$ : c'est un scalaire. En vertu de (6.2),  $J^\alpha$  est orthogonal à  $u^\alpha$ , il en est de même de  $\Phi^\alpha$ , on a

$$(8.2) \quad \Phi^\alpha u_\alpha = 0.$$

On peut écrire (8.1) sous la forme

$$(8.3) \quad \frac{d}{ds} (K u^\alpha) = \Phi^\alpha + \frac{dK}{ds} u^\alpha$$

Le vecteur  $p^\alpha = K u^\alpha$  est appelé le *vecteur impulsion relativiste*. Sa mesure le long de  $\vec{u}$  est égale à l'inertie du point. Nous verrons qu'il est possible d'interpréter  $K$  comme l'énergie du point.

L'inertie  $K$  dépend d'abord du point considéré lui-même, ensuite du champ de forces dans lequel se meut le point. Si on suppose que le champ de forces n'apporte aucune modification

à l'inertie propre du point,  $K$  est une propriété intrinsèque du point: c'est une constante  $E_0$  appelée énergie propre du point. Cette hypothèse peut être considérée comme une première approche de la dynamique relativiste du point matériel.

### 9. Interprétation de l'équation fondamentale dans le cas $K = E$ .

Dans ce cas l'équation fondamentale s'écrit

$$(9.1) \quad \frac{d}{ds} (E_0 u^\alpha) = \Phi^\alpha.$$

De l'orthogonalité de  $\vec{\Phi}$  et  $\vec{u}$ , on tire

$$\Phi^0 u^0 = - \sum_i \Phi^i u^i \quad \Phi^0 = - \sum_i \frac{\Phi^i v^i}{c}$$

Dans un système de coordonnées galiléennes  $(t, x, y, z)$  pour lequel  $\vec{v}$  est le vecteur vitesse ordinaire et  $\vec{f}$  le vecteur d'espace de composantes

$$f^i = \Phi^i \sqrt{1 - \beta^2}$$

on peut exprimer (9.1) comme

$$(9.2) \quad \frac{d}{dt} \left( \frac{E_0}{c^2 \sqrt{1 - \beta^2}} \vec{v} \right) = \vec{f}$$

$$(9.3) \quad \frac{d}{dt} \left( \frac{E_0}{\sqrt{1 - \beta^2}} \right) = \vec{f} \cdot \vec{v}$$

En donnant à  $\vec{f}$  la signification d'un vecteur force galiléenne, on dira que (9.3) est l'équation du mouvement de  $M$  dans le repère galilée considéré et que (9.3) est l'intégrale de la force vive.

On est conduit à définir l'énergie et la masse du point  $M$  respectivement par

$$(9.4) \quad E = \frac{E_0}{\sqrt{1 - \beta^2}} \quad m = \frac{E_0}{c^2 \sqrt{1 - \beta^2}} = \frac{E}{c^2}$$

Celles-ci varient avec la vitesse. Si  $M$  est au repos dans le repère de Galilée,  $E = E_0$  et  $m = m_0 = E_0/c^2$ .  $E_0$  et  $m_0$  sont appelés *énergie et masse au repos* de  $M$ : elles sont égales à l'énergie propre et à la masse propre de  $M$ . Si  $\beta$  est petit, on a en première approximation

$$E - E_0 = \frac{1}{2} m_0 v^2.$$

C'est l'énergie cinétique classique.

#### 10. *Le principe de l'inertie de l'énergie.*

La seconde relation (9. 4) exprime l'équivalence entre masse et énergie. Si on conçoit que la masse  $m$  caractérise la quantité de matière concentrée en  $M$ , on obtient le principe de l'inertie de l'énergie exprimé par la relation d'EINSTEIN

$$\Delta E = c^2 \Delta m$$

selon lequel une disparition d'une masse  $\Delta m$  de matière entraîne l'apparition d'une quantité équivalente d'énergie.

Le principe de l'inertie de l'énergie a pour conséquence qu'il faut réunir les deux principes classiques de conservation de la masse et de l'énergie sous le même et seul énoncé. D'ailleurs les considérations du §9 montrent que c'est l'énergie qui se trouve naturellement définie en relativité. Il est préférable de ne parler que de l'énergie.

Le résultat précédent constitue à côté de la notion d'espace-temps, l'apport le plus fécond qu'ait apporté EINSTEIN à la physique moderne dans l'étude des phénomènes atomiques et nucléaires.