Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique
Band: 6 (1960)
Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: INTRODUCTION A LA THÉORIE DE LA RELATIVITÉ RESTREINTE
Autor: Quan, Pham Mau
Kapitel: 3. Le groupe de transformations de Lorentz.
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-36343

Nutzungsbedingungen
Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 10.12.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

L'espace et le temps sont relatifs à chaque repère lorentzien et diffèrent d'un repère à un autre. Leurs relations sont définies par les formules de transformations de Lorentz.

2. *Le déplacement d'une onde lumineuse est telle que* $ds^2 = 0$. Sa vitesse est donc invariante par changement de repère (c'est c).

Toute vitesse réelle est inférieure à celle de la lumière, donc telle que $ds^2 > 0$.

3. Le principe II entraîne que *toute loi mécanique ou électromagnétique s'exprime par une équation invariante par changement de repère* (ou indépendante du choix des coordonnées de V_4) et a fortiori invariante par les transformations du groupe de Lorentz. C'est ce qui conduit à l'expression tensorielle des grandeurs en relativité.

3. *Le groupe de transformations de Lorentz.*

Les transformations de Lorentz laissent invariante la forme quadratique fondamentale $dx_0^2 - dx_1^2 - dx_2^2 - dx_3^2$. On démontre qu'à une translation près, ce sont des transformations linéaires de matrice $a = (a_{\lambda\alpha})$

$$x'_\lambda = \sum_\alpha a_{\lambda\alpha} x_\alpha \qquad \text{ou} \qquad x' = ax$$

telles que

$${}^t x' \eta x' = {}^t(ax) \eta (ax) = {}^t x \, {}^t a \eta a x = {}^t x \eta x,$$

soit

$$(3.1) \qquad {}^t a \eta a = \eta,$$

où $\eta = (\eta_{\alpha\beta})$ est la matrice d'éléments $\eta_{00} = +1$, $\eta_{11} = \eta_{22} = \eta_{33} = -1$, $\eta_{\alpha\beta} = 0$ si $\alpha \neq \beta$.

Ces transformations forment le groupe dit général de Lorentz. En fait on se limite à des transformations propres qui conservent l'orientation du temps et l'orientation de l'espace: elles sont telles que

$$(3.2) \qquad a_{00} \geqq 1 \quad \text{et} \quad \det a = +1 .$$

Elles forment le groupe propre de Lorentz sous-groupe du groupe général.

A toute transformation de coordonnées x_α correspond un changement de repère lorentzien qui leur est associé. On voit alors que par des rotations purement spatiales ($\vec{e}_0$ et $\vec{e}_0'$ restent fixes), on peut amener $\vec{e}_1$ et $\vec{e}_1'$ dans le 2-plan ($\vec{e}_0$, $\vec{e}_0'$), $\vec{e}_2$ et $\vec{e}_3$ en $\vec{e}_2'$ et $\vec{e}_3'$. Autrement dit, toute transformation propre de Lorentz peut être réalisée comme produit de transformations spatiales pures (ne portant que sur les x_i) et d'une transformation dite *spéciale de Lorentz* de la forme

$$\begin{aligned} x_0' &= a_{00}\, x_0 + a_{01}\, x_1 \\ x_1' &= a_{10}\, x_0 + a_{11}\, x_1 \\ x_2' &= x_2 \\ x_3' &= x_3 \,. \end{aligned}$$

En exprimant les conditions (3. 1) et (3. 2), on trouve

$$\begin{aligned} x_0' &= x_0\, Ch\varphi - x_1\, Sh\varphi \\ x_1' &= -\, x_0\, Sh\varphi + x_1\, Ch\varphi \\ x_2' &= x_2 \\ x_3' &= x_3 \end{aligned} \tag{3. 3}$$

φ désignant un paramètre. Ces formules traduisent une rotation d'argument φ dans le plan hyperbolique (x_0, x_1). La transformation inverse de (3. 3) s'en déduit immédiatement. On peut encore introduire le nombre $\beta = Th\varphi$ ($-1 \leqslant \beta \leqslant +1$) et écrire ces transformations sous la forme devenue classique:

$$x_0' = \frac{x_0 - \beta x_1}{\sqrt{1-\beta^2}} \qquad x_0 = \frac{x_0' + \beta x_1'}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

$$\text{(3. 4)} \quad \text{(a)} \quad x_1' = \frac{-\beta x_0 + x_1}{\sqrt{1-\beta^2}} \qquad \text{(b)} \quad x_1 = \frac{\beta x_0' + x_1'}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

$$x_2' = x_2 \qquad x_2 = x_2'$$

$$x_3' = x_3 \qquad x_2 = x_2'$$