Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique
Band: 5 (1959)
Heft: 4: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: QUELQUES TENDANCES ACTUELLES EN ANALYSE NUMÉRIQUE
Autor: Blanc, Charles
Kapitel: Analyse numérique et théorie des jeux.
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-35493

d'où l'on peut conclure (après Todd) qu'elle est très mal conditionnée; ceci explique les résultats souvent très peu favorables obtenus dans un tel cas.

Les erreurs d'arrondi.

C'est dans l'étude de ces erreurs qu'il est peut-être le plus utile de combiner les recherches théoriques et les études expérimentales. Le nombre des circonstances qu'il est possible d'envisager a priori est si grand, la complexité des relations est telle, qu'il n'est pas raisonnable de se lancer dans des recherches sans avoir quelques idées sur ce qui peut se passer dans tel ou tel cas: en peu de temps (moins d'une heure souvent) une calculatrice électronique peut nous fournir, sur la base d'exemples bien choisis, une information qui évitera ensuite peut-être des semaines de recherches infructueuses; c'est précisément par des essais, faits non pas au hasard mais en tirant parti d'un certain empirisme, que l'on a eu la révélation de phénomènes d'instabilité dus aux erreurs d'arrondi, par exemple dans l'intégration numérique d'équations différentielles; on a pu faire ensuite une étude approfondie des causes de cette instabilité, étude qui a montré que de nombreuses méthodes qui semblaient acceptables sont inutilisables, dès que l'on ne se limite plus à quelques pas d'intégration.

On a vu plus haut combien les erreurs d'arrondi peuvent exercer une influence considérable sur la résolution d'une équation algébrique. Elles peuvent également rendre totalement illusoires certaines méthodes d'approximations successives.

Analyse numérique et théorie des jeux.

Sous des aspects parfois fort différents, la théorie des jeux commence à fournir des moyens d'aborder efficacement des problèmes d'analyse numérique. En voici un exemple: considérons la résolution numérique d'une équation $f(x) = 0$; une méthode est théoriquement acceptable si elle fournit un moyen de former une suite d'intervalles emboîtés, de longueur tendant vers zéro et contenant une racine de l'équation; pour cela il faudra faire une suite de calculs, selon une règle prescrite, cette règle (une « stratégie ») pouvant du reste comporter, en cours de calcul, des choix entre deux possibilités (des « tactiques ») selon des résultats intermédiaires; dès lors, la recherche d'une stratégie optimum consiste à rechercher celle qui, au sens de la théorie des jeux, donnera le meilleur résultat pour une quantité de travail donnée. On peut, par exemple, poser ceci (voir Gross et Johnson, *MTAC*, *13*, 1959, pp. 44 et suiv.): on sait que $f(x)$ est continue et convexe dans (a, b), positive pour $x = a$, négative pour $x = b$; déterminer la stratégie optimum pour localiser la racine comprise entre $x = a$ et $x = b$, sachant que l'on aura le droit de calculer $f(x)$ pour n valeurs de x, ces valeurs étant à choisir au fur et à mesure des calculs; la théorie des jeux conduit alors au choix d'une stratégie qui est la meilleure possible dans l'hypothèse que l'« adversaire » (celui qui a choisi $f(x)$ (a lui-même basé son choix de façon à nous placer dans des conditions aussi défavorables que possible.

Conclusions.

Un problème d'analyse numérique peut faire appel aux théories mathématiques les plus diverses. Reprenons, par exemple, le problème de l'approximation.

En termes généraux, il se présente comme relevant de l'*analyse fonctionnelle*, le plus souvent dans des espaces de Banach; des théorèmes comme celui du point fixe ont permis de préciser la signification de certaines méthodes.

La recherche d'une approximation au sens de Tchébicheff revient à rendre minimum le maximum d'une certaine expression: déterminer les a_i de façon que

$$\max \left| f(x) - g(x, a_1, \ldots a_n) \right| = \min;$$

il s'agit donc d'un problème dit de *minimax*, fondamental en théorie des jeux; or cette théorie fait un emploi systématique de la théorie des *inégalités linéaires*, liée elle-même à celle des *corps convexes*.

La *géométrie algébrique* peut également jouer un rôle dans la théorie de l'approximation; considérons la recherche, au moyen