Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique

Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique

Band: 5 (1959)

Heft: 2: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: SUR L'EXISTENCE D'UNE SPHÈRE PASSANT PAR UN NOMBRE DONNÉ DE POINTS AUX COORDONNÉES ENTIÈRES

Autor: Kulikowski, Thadée

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-35479

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 15.02.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

SUR L'EXISTENCE D'UNE SPHÈRE PASSANT PAR UN NOMBRE DONNÉ DE POINTS AUX COORDONNÉES ENTIÈRES

par Thadée Kulikowski, Varsovie

(Reçu le 29 janvier 1958.)

Le but de cette Note est de démontrer ce

Théorème: m *étant un nombre naturel* $\geqslant 3$ *et* n *un nombre naturel quelconque, il existe dans l'espace euclidien à* m *dimension une sphère* $\sum_{i=1}^{m} (x_i - a_i)^2 = r^2$ *passant précisément par* n *points aux coordonnées entières* $x_1, x_2, \ldots, x_m$.

Démonstration. — Comme l'a démontré M. A. Schinzel dans la Note précédente, il existe pour le nombre naturel n donné des nombres rationnels a_1, a_2 et c tels que l'équation

$$(x_1 - a_1)^2 + (x_2 - a_2)^2 = c \tag{1}$$

a précisément n solutions en nombres entiers x_1 et x_2.

Or, comme on sait, il existe des nombres irrationnels $a_3, a_4, \ldots, a_m$ tels que le nombre $\sum_{i=3}^{m} c_i a_i$, où c_i $(i = 3, 4, \ldots, m)$ sont des nombres rationnels, est rationnel seulement si $c_3 = \ldots = c_m = 0$ (c'est-à-dire que les nombres $a_3, a_4, \ldots, a_m$ sont linéairement rationnellement indépendants). Je prouverai que la sphère

$$\sum_{i=1}^{m} (x_i - a_i)^2 = c + \sum_{i=3}^{m} a_i^2 \tag{2}$$

satisfait à notre théorème.

En effet, il résulte de l'équation (2) que

$$2 \sum_{i=3}^{m} a_i x_i = (x_1 - a_1)^2 + (x_2 - a_2)^2 + \sum_{i=3}^{m} x_i^2 - c = d\,.$$

Donc, si les nombres x_i $(i = 1, 2, ..., m)$ sont entiers, le nombre d est rationnel et il résulte de la définition des nombres $a_3, a_4, ..., a_m$ que $x_3 = x_4 = ... = x_m = 0$. L'équation (2) devient donc l'équation (1) qui, comme nous savons, a précisément n solutions en nombres entiers x_1, x_2. L'équation (2) a donc précisément n solutions en nombres entiers $x_1, x_2, ..., x_m$, c.q.f.d.