Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique

Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique

Band: 4 (1958)

Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: FONCTIONS ENTIÈRES D'ORDRE FINI ET FONCTIONS MÉROMORPHES

Autor: Valiron, Georges

Notizen: NOTES

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-34633

il suffit même que l'on ait seulement

$$\overline{\lim_{r=\infty}} \frac{\log M(r, f)}{X^{k(X)}} = 1$$

ce qui donne une majoration analogue du coefficient de θ dans (21), et que

$$\underline{\lim_{r=\infty}} \frac{\log M(r, f)}{X^{k(X)-1}} = \infty .$$

(à suivre).

NOTES

3) Voir HADAMARD, J.: Sur les fonctions entières. *C. R. Acad. Sci., Paris*, **135**, pp. 1309-1311 (1902), et VALIRON G.: Sur le nombre des singularités transcendantes des fonctions inverses d'une classe d'algébroïdes. *C. R. Acad. Sci. Paris*, **200**, pp. 713-715 (1935).

4) Voir VALIRON, G.: Sur les fonctions entières d'ordre nul et d'ordre fini et en particulier les fonctions à correspondance régulière (thèse, Paris, Ed. Privat, Toulouse, 1912, paru dans *Annales Toulouse* (3), **5**, pp. 117-257 (1914); à ces résultats on comparera ceux de OSTROWSKI, A.: Recherches sur la méthode de Graeffe et les zéros des polynômes et des séries de Laurent, *Acta Mathematica*, **72**, pp. 99-257 (1940-1941), notamment les pp. 107, 110, 158, 166, 170 et 173, et OSTROWSKI, A.: Addition à notre mémoire: « Recherches sur la méthode de Graeffe et les zéros des polynômes et des séries de Laurent », *Acta Mathematica*, **75**, pp. 183-186 (1943), ainsi que ceux de REY PASTOR, J.: Lecciones de Algebra, pp. 89-105, 2e édition, Madrid, 1935, et SAN JUAN, R.: Compléments à la méthode de Graeffe pour la résolution des équations algébriques, *Bull. des Sci. Math.* (2), LIX, pp. 104-109 (1935), et: Complementos al método de Gräffe para la resolución de ecuaciones algébricas, *Revista Mat. Hispano-Americ.* (3), I, pp. 1-14 (1939), ainsi que: A propos du mémoire: « Recherches sur la méthode de Graeffe..., etc » par Alexandre OSTROWSKI, à Bâle, *Acta mathematica*, **75**, pp. 187-190 (1943).

5) Voir VALIRON, G.: Théorie des fonctions (p. 388). Masson, Paris, 1942.

6) Voir BRINKMEIER, H.: Ueber das Mass der Bestimmtheit des Wachstums einer ganzen transzendenten Funktion durch die absoluten Beträge der Koeffizienten ihrer Potenzreihe. *Math. Annalen*, **96**, pp. 108-118 (1927).

7) Voir VALIRON, G.: Sur la croissance des fonctions entières. *C. R. Assoc. française avanc. des Sci.*, Le Havre, 1929, pp. 110-113.

8) Pour l'introduction de ces notions dans la théorie des fonctions entières, voir VALIRON, G.: Sur les fonctions entières d'ordre fini. *Bull. des Sciences math. (Darboux Bull.)* (2), **45**, pp. 258-270 (1921). La terminologie adoptée ici a été proposée par R. NEVANLINNA qui a étendu les résultats aux fonctions méromorphes.

9) On trouve dans VALIRON, G.: Lectures on the general theory of integral functions, Ed. Privat, Toulouse, 1928, Appendix B, p. 182, l'étude de la condition pour qu'une fonction donnée par sa série de Taylor soit de la classe divergente ou convergente.

10) Voir VALIRON, G.: *loc. cit.*, 5), p. 432.

11) On a donc $n > |\alpha_n|^{\rho-\varepsilon}$

pour une suite infinie de n, ce qii entraîne la divergence

de la série $\sum_1^\infty \frac{1}{|\alpha_n|^{\rho-\varepsilon}}$ pour $\varepsilon > 0$,

de sorte que l'on a $\overline{\lim_{n=\infty}} \frac{\log n}{\log |\alpha_n|} = \rho$, c'est le théorème de Borel.

12) Voir VALIRON, G.: *loc. cit*, 4). La réciproque a été retrouvée par TITCHMARCH, E. C.: On integral functions with real negative zeros, *Proc. London Math. Soc.* (2), **26**, pp. 185-200 (1927), dans le cas $U(r) = kr^\rho$ (voir TITCHMARCH, E. C.: The theory of functions, 2nd edition, x-452 pages, Oxford University Press, 1939). Dans une série de travaux récents (DELANGE, H.: Un théorème sur les fonctions entières à zéros réels et négatifs, *J. de Math. pures et appl.*, **31**, pp. 55-78 (1952)), H. DELANGE a repris ces questions et a étudié le cas de l'ordre entier. Voir aussi un mémoire de M. HEINS, M.: Entire functions with bounded minimum modulus; subharmonic function analogues. *Annals of Math.*, **49**, pp. 200-213 (1948).