Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique

Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique

Band: 4 (1958)

Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: ON CERTAIN ARITHMETICAL FUNCTIONS RELATED TO A NON-LINEAR PARTIAL DIFFERENTIAL EQUATION

Autor: Basoco, M. A.

Bibliographie

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-34625

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 19.01.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

while for $k = 1$, the following holds:

$$t\,\Phi_1(2\pi t) = -\frac{1}{t}\,\Phi_1(2\pi t) - \frac{1}{4\pi}\,. \tag{41}$$

Finally, we note that for $t = 1$, (37) and (41) yield rapidly convergent series which are of interest, namely,

$$8\sum_{n=1}^{\infty} e^{-2\pi n}\,\sigma_1(n) = 1/3 - 1/\pi\,, \tag{42}$$

$$8\sum_{n=1}^{\infty} e^{-\pi n}\,\zeta_1(n) = -1/\pi\,. \tag{43}$$

These, in combination, give finally,

$$8\sum_{n=1}^{\infty} e^{-\pi n}\,\sigma_1^0(n) = 2/3 - 1/\pi \tag{44}$$

where $\sigma_1^0(n)$ is the sum of the *odd* divisors of n.

REFERENCES

[1] Balth. VAN DER POL, *Koninkl. Nederl. Akad. van Wetenschappen (Amsterdam) Proceedings*, Ser. A, 54, No. 3 (1951).

[2] Adolf HURWITZ, *Math. Werke*, Bd. 1, pp. 19-26 and pp. 581-586; *Math. Annalen*, Bd. 18 (1881),p. 528; *ibid.*, Bd. 58 (1904), p. 343.

[3] S. RAMANUJAN, *Collected Papers* (1927), p. 141 or *Trans. Camb. Phil. Soc.*, 22 (1916), pp. 159-184, Table I.

[4] TANNERY-MOLK, *Fonctions elliptiques*, t. 2, table XXXII, p. 252.

[5] See E. T. BELL, *Algebraic Arithmetic*; Colloquium Publications, No. 7, *Am. Math. Soc.*, pp. 146- (1927). Also, CARATHÉODORY, *Funktionentheorie*, Bd. 1, p. 265 (1950).

[6] NIELSEN, N., *Traité élém. des nombres de Bernoulli*, pp. 45 and 56 (1923).

[7] NIELSEN, N., *ibid.*, p. 42 (13).

[8] GLAISHER, J. W. L., *Proc. London Math. Soc.*, Series 2, 5 (1907), p. 479; G. H. HARDY and E. M. WRIGHT, *Introd. Theory of Numbers*, 3rd ed. (1954), p. 314.

[9] In this connection, Professor van der Pol has very kindly brought to my attention the following references: (i) RIEMANN, *Ges. Werke*, p. 466, « Erläuterung von R. Dedekind » and (ii) SIEGEL, C. L., *Mathematika* (Univ. College, London), vol. 1, p. 4 (1954).

The University of Nebraska,
Lincoln 8, Nebraska
U.S.A.